CRT-2000-35

Centre de recherche sur les transports (C.R.T.)
Centre for Research on Transportation

UN ALGORITHME DE CHARGEMENT DYNAMIQUE DES RÉSEAUX : MÉSOSIMULATION DU FLOT DYNAMIQUE AVEC CAPACITÉS EXPLICITES

par

Mohammad Karim Er-Rafia

Mémoire d'étudiant

Novembre 2000

102-02792/

PUBLICATION
CRT-2000-35

UN ALGORITHME DE CHARGEMENT DYNAMIQUE DES RÉSEAUX : MÉSOSIMULATION DU FLOT DYNAMIQUE AVEC CAPACITÉS EXPLICITES*

par

Mohammad Karim Er-Rafia[1]

* Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de Maîtrise ès sciences. Sous la direction de Michael Florian. Ce mémoire a été rendu possible grâce en partie au Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG) et aux Fonds pour la Formation de Chercheurs et l'Aide à la Recherche (FCAR).

[1] Département d'informatique et de recherche opérationnelle et Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal, C.P. 6128, succursale Centre-ville, Montréal, Canada H3C 3J7

Département d'informatique et de recherche opérationnelle - Publication #1184

© Mohammad Karim Er-Rafia, 2000

Dépôt légal – Bibliothèque nationale du Québec
Bibliothèque nationale du Canada, 2000

SOMMAIRE

Le présent mémoire traite du problème de chargement dynamique des réseaux et du problème d'affectation dynamique du trafic à l'équilibre. Après un bref historique de la recherche dans le domaine des modèles d'affectation dynamique du trafic, nous nous penchons sur une des composantes de ces modèles qui est le chargement dynamique des réseaux. Nous présentons une revue de littérature des trois principales classes de ces modèles : microscopiques, macroscopiques et mésoscopiques. Nous notons aussi les différences fondamentales entre celles-ci.

Tout d'abord, un modèle en particulier est choisi parmi la classe des modèles mésoscopiques en temps continu basés sur les liens. Ce modèle est énoncé et ses différentes composantes sont étudiées. Nous énonçons ensuite quelques méthodes de solution de ce modèle et nous en implantons une parmi elles. Les résultats des tests effectués sur un réseau soigneusement choisi sont présentés. Ils sont analysés et comparés aux résultats produits par le modèle microscopique commercial *Integration*. Ces comparaisons ne sont que dans le but de montrer les gains et les pertes réalisés lorsque nous utilisons un modèle dont le niveau de détail est inférieur à celui d'un modèle microscopique. Ce dernier n'est pas considéré comme étant la réalité, mais il n'est qu'une approximation plus proche de la réalité avec ses forces et faiblesses et ce, tout comme le modèle mésoscopique implanté. Une fois les résultats analysés, nous évaluons les points positifs et négatifs de ce modèle, à savoir les phénomènes qu'il peut ou ne peut reproduire. De plus, des modifications aux modèles sont suggérées dans le

dessein d'améliorer sa capacité à reproduire des phénomènes et de le rendre plus réaliste.

Ensuite, nous nous penchons sur le problème d'affectation dynamique du trafic à l'équilibre. Premièrement, nous formulons le problème dans l'espace des proportions de répartition du flot au lieu de celui des chemins. Deuxièmement, un algorithme de résolution est présenté et implanté. Nous étudions la sensibilité de l'algorithme par rapport à deux paramètres : le premier étant la longueur des intervalles considérés et le second étant un paramètre appelé facteur de convergence. Les résultats obtenus sur trois réseaux différents sont présentés et comparés aux résultats obtenus à l'aide d'un algorithme de type Frank-Wolfe. L'algorithme présenté semble mieux converger que celui de type Frank-Wolfe. Il trouve de très bonnes solutions pour tous les réseaux testés. Nous soulignons les forces et faiblesses des deux algorithmes implantés et ce, au niveau des ressources informatiques requises, du temps d'exécution, de la qualité des solutions et du choix de bonnes combinaisons des paramètres cités ci-haut. Nous notons aussi, que nos observations sont différentes de celles mentionnées dans la littérature à propos de la convergence de cet algorithme et nous soulignons les causes de ces différences.

Enfin, nous proposons des modifications possibles aux algorithmes qui pourraient éventuellement permettre l'amélioration des performances des algorithmes ainsi que la qualité des solutions qu'ils produisent.

Mots-clefs : affectation dynamique du trafic, modèle de chargement de réseaux, équilibre de réseaux dynamiques.

TABLE DES MATIÈRES

SOMMAIRE II

REMERCIEMENTS XI

INTRODUCTION 1

REVUE DE LITTÉRATURE 4

2.1 HISTORIQUE DE LA RECHERCHE 4

2.2 LES MODÈLES DE CHARGEMENT DYNAMIQUE DES RÉSEAUX 6

2.2.1 Quelques exigences à satisfaire par les modèles 6

2.2.2 Une revue de quelques classes de modèles de chargement dynamique des réseaux 7

2.2.2.1 Les modèles microscopiques 7

2.2.2.2 Les modèles macroscopiques 8

2.2.2.3 Les modèles mésoscopiques 11

LES MODÈLES MÉSOSCOPIQUES EN TEMPS CONTINU BASÉS SUR LES LIENS 13

3.1 L'ÉQUATION DE CONSERVATION DU FLOT 13

3.2 FORMULATION AVEC LES FONCTIONS DE SORTIE DES LIENS 15

3.3 FORMULATION AVEC LES FONCTIONS DE DURÉE DE DÉPLACEMENT 16

LE MODÈLE DE CHARGEMENT DYNAMIQUE DES RÉSEAUX 20

4.1 TERMINOLOGIE ET NOTATION 20

4.2 UN MODÈLE DE FILE D'ATTENTE DÉTERMINISTE SIMPLE 23

4.3 LE MODÈLE DE CHARGEMENT DYNAMIQUE DES RÉSEAUX 28

4.3.1 Le modèle de nœud 28

4.3.1.1 Définitions et notations 29

4.3.1.2 La fonction objectif....30
4.3.1.3 Les contraintes nécessaires....31
4.3.1.4 Les contraintes optionnelles....31
4.3.1.5 Les modèles de nœud implantés....34
4.3.1.6 Le choix du modèle de nœud....39
4.3.2 Le modèle de lien....40

LES MÉTHODES DE SOLUTION DU MODÈLE PROPOSÉ....46

5.1 L'APPROCHE POINT PAQUET....46
5.2 L'APPROCHE NUMÉRIQUE....46
5.3 L'APPROCHE APPROXIMATIVE....47
5.3.1 Idée de base....48
5.3.2 Procédures de mise à jour....51
5.3.2.1 Mise à jour vers l'avant....51
5.3.2.2 Mise à jour vers l'arrière....51
5.3.3 Mécanisme de la simulation....52
5.3.4 Les événements de la simulation....54
5.3.4.1 Déchargement de la section de déplacement....54
5.3.4.2 Déchargement de la section d'attente....55
5.3.4.3 Changement dans l'offre....57
5.3.4.4 Lien saturé....57
5.3.5 Les principales procédures du modèle....58
5.3.5.1 Changement dans la demande....58
5.3.5.2 Création de file d'attente....60
5.3.5.3 File d'attente vide....61
5.3.5.4 Changement dans le flot entrant....62
5.3.5.5 Changement dans le flot sortant....63
5.3.6 Exemple numérique de la procédure de chargement....64
5.3.7 File d'attente horizontale ou verticale....71
5.3.8 La modélisation des panneaux d'arrêt et des feux de signalisation....76
5.3.8.1 La modélisation des panneaux d'arrêt....77
5.3.8.2 La modélisation des feux de signalisation....77
5.4 TESTS ET RÉSULTATS....79
5.4.1 Introduction....79
5.4.2 Présentation du test....80

5.4.3 Résultats d'Integration *82*
5.4.4 Commentaires sur les résultats d'Integration *84*
5.4.5 Résultats du modèle mésoscopique *85*
5.4.6 Commentaire sur les résultats du modèle mésoscopique *87*
5.4.7 Évaluation du modèle mésoscopique *89*
5.4.8 Améliorations suggérées au modèle *91*
5.4.8.1 Diffusion instantanée des ondes de choc 91
5.4.8.2 La relation offre vs densité utilisée 92
5.4.8.3 Considération des voies 93

UN ALGORITHME POUR LE PROBLÈME D'AFFECTATION DYNAMIQUE DU TRAFIC À L'ÉQUILIBRE 95

6.1 IDÉE GÉNÉRALE ET MOTIVATION 95
6.2 FORMULATION DU PROBLÈME 97
6.2.1 Les proportions de répartitions du flot *97*
6.2.2 Les coûts sur le réseau *98*
6.2.3 L'équilibre dynamique égoïste *99*
6.2.4 Mesures de déséquilibre *100*
6.3 L'ALGORITHME D 100
6.4 L'ALGORITHME DE TYPE FRANK-WOLFE 104
6.5 TESTS ET RÉSULTATS 104
6.5.1 Test 1 ..... *105*
6.5.1.1 Solution optimale 105
6.5.1.2 Solution expérimentale 107
6.5.1.3 Dépendance de *delta* 108
6.5.1.4 Dépendance du facteur de convergence 111
6.5.2 Test2 ..... *112*
6.5.2.1 Comparaison entre l'algorithme D et celui de type Frank-Wolfe 113
6.5.2.2 Résultats expérimentaux obtenus à l'aide des deux algorithmes 113
6.5.3 Test 3 ..... *117*
6.5.3.1 Résultats expérimentaux obtenus à l'aide des deux algorithmes 118
6.5.3.2 Commentaires sur les résultats obtenus 119
6.5.4 Remarques et suggestions *120*
6.5.4.1 Forces et faiblesses des algorithmes implantés 120
6.5.4.2 Observations faites par Wisten et Smith 121

6.5.4.3 Améliorations suggérées 122

CONCLUSION **125**

BIBLIOGRAPHIE **129**

LISTE DES FIGURES

Figure 1 : Structure générale de la courbe de flot-densité 9
Figure 2 : Lien 2 et 3 saturés 26
Figure 3 : Dissipation de la file d'attente 26
Figure 4 : Dissipation de la file d'attente selon Lighthill et Whitham 27
Figure 5 : Le modèle de nœud 29
Figure 6 : Intersection avec fusion de deux liens 32
Figure 7 : Intersection avec 2 deux liens entrants et deux liens sortants 37
Figure 8 : Le modèle de lien 40
Figure 9 : Réseau linéaire 41
Figure 10 : Diagramme général de la procédure de chargement 53
Figure 11 : Procédure d'initialisation de la simulation 54
Figure 12 : Réseau linéaire 65
Figure 13 : File d'attente verticale et file d'attente horizontale 71
Figure 14 : Réseau test pour le modèle de chargement dynamique 81
Figure 15 : Le graphe du réseau test 81
Figure 16 : Le flot entrant par arc (*Integration*) 82
Figure 17 : Le flot sortant par arc (*Integration*) 82
Figure 18 : La densité par arc (*Integration*) 83
Figure 19 : La durée de déplacement par arc (*Integration*) 83
Figure 20 : Le flot entrant par arc (Modèle mésoscopique) 85
Figure 21 : Le flot sortant par arc (Modèle mésoscopique) 86
Figure 22 : La densité par arc (Modèle mésoscopique) 86
Figure 23 : La durée de déplacement par arc (Modèle mésoscopique) 87
Figure 24 : La relation offre vs densité utilisée 92
Figure 25 : La relation offre vs densité suggérée 93

Figure 26 : Deux situations de flots qui fusionnent 94
Figure 27 : Réseau carré 3x3 96
Figure 28 : Réseau du test 1 105
Figure 29 : Flot entrant par arc (solution optimale) 106
Figure 30 : Durée de déplacement par arc (solution optimale) 106
Figure 31 : Flot entrant par arc (solution obtenue avec l'algorithme D) 107
Figure 32 : Durée de déplacement par arc (solution obtenue avec l'algorithme D) 108
Figure 33 : Convergence avec η=0.022 et différentes valeurs de *delta* 109
Figure 34 : Convergence avec η=0.01 et différentes valeurs de *delta* 109
Figure 35 : Degré de déséquilibre pour différents facteurs de convergence 111
Figure 36 : Le flot entrant des arcs (Algorithme D) 114
Figure 37 : La durée de déplacement sur les arcs (Algorithme D) 115
Figure 38 : Le flot entrant des arcs (Algorithme F-W) 115
Figure 39 : La durée de déplacement sur les arcs (Algorithme F-W) 116
Figure 40 : Comparaison de la convergence des deux algorithmes 116
Figure 41 : Réseau du test 3 117
Figure 42 : Comparaison de la convergence des deux algorithmes 118

LISTE DES TABLEAUX

Tableau I : Caractéristiques des liens du réseau 64
Tableau II : Tableau des variables à l'événement 1 65
Tableau III : Tableau des variables à l'événement 2 66
Tableau IV : Tableau des variables à l'événement 3 67
Tableau V : Tableau des variables à l'événement 4 67
Tableau VI : Tableau des variables à l'événement 5 68
Tableau VII : Tableau des variables à l'événement 6 69
Tableau VIII : Tableau des variables à l'événement 7 70
Tableau IX : Temps d'exécution de l'algorithme D en fonction de *delta* 110
Tableau X : Temps d'exécution des deux algorithmes en fonction de *delta* 117

REMERCIEMENTS

Je désire tout d'abord, remercier mon directeur de recherche, le Professeur Michael Florian. Tout au long de la réalisation de mon projet, il a démontré une grande confiance en moi et a su multiplier les conseils judicieux. Aussi, grâce à lui, j'ai pu bénéficier de conditions optimales de travail et d'un support financier fort apprécié.

Je voudrais également remercier le Centre de recherche sur les transports et son personnel pour la serviabilité et le professionnalisme qu'ils ont démontré tout au long de mon séjour au CRT.

Un grand merci aussi à Shane Velan et à Michael Mahut, mes compagnons de bureau. Les deux années passées en votre compagnie étaient une agréable expérience.

À mon père, Mohammed, pour les énormes sacrifices que tu as faits pour nous, merci. J'espère que tu es fier de ce qu'un petit gars des Branès a accompli.

À ma mère, Fouzia, pour toutes les années consacrées à notre éducation, pour tous les sacrifices que tu as du faire pour nous et pour tous les délicieux tagines que tu nous a préparés. Merci.

À ma femme, Nada, merci pour ton support moral qui n'a jamais fait défaut et d'avoir endurer mon rythme de travail assez particulier.

À ma sœur, Fatima-Zohra, merci pour le temps consacré à la lecture de ce mémoire et à la vérification du français.

À mon frère, Adil, merci pour tous tes encouragements et j'espère que cette expérience te donnera le goût de faire des études supérieures.

Je voudrais aussi remercier mes cousins Rachid, Abdessalam et Said pour le support et les conseils prodigués à un moment très important de ma vie.

Finalement, j'ai une pensée spéciale pour mes amis d'enfance au maroc à qui je souhaite bonne chance dans tous ce qu'ils entreprennent.

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

Le problème de la congestion est un problème de plus en plus fréquent sur les réseaux de transport. De nos jours, les autorités responsables tentent surtout de mieux gérer les réseaux existants au lieu de les étendre comme c'était le cas auparavant. Ainsi, pour une meilleure gestion des réseaux, il faut disposer d'outils permettant de simuler le chargement des réseaux et d'évaluer des mesures de performance telles les durées de déplacement sur les liens, le niveau de la congestion, le niveau de la pollution ainsi que de la consommation de l'énergie. Deux types d'outils s'offrent à nous pour effectuer cette tâche : les modèles de chargement statique (Florian et al. [16]) et les modèles de chargement dynamique [16]. Les premiers fournissent des résultats sous forme d'une moyenne sur toute la période étudiée. Ces résultats n'évoluent donc pas dans le temps. Par contre, les modèles dynamiques permettent d'avoir des résultats temporels de toutes les variables du réseau. Étant donné qu'une meilleure gestion des réseaux passe par l'évaluation et la mise en place de plusieurs stratégies de contrôles en temps réel, l'utilisation des modèles statiques s'avère inadéquate et il faut donc, utiliser un modèle de chargement dynamique. Il reste à déterminer quel type de modèles de chargement dynamique utiliser. Il y a les modèles microscopiques, les modèles macroscopiques et ceux mésoscopiques. Chaque type de modèle a ses forces et faiblesses et le choix d'un type de modèles en particulier, dépend surtout du but de l'application elle-même (réglage des plans des feux de signalisation, affectation dynamique du trafic…).

L'objectif principal de ce mémoire est l'évaluation d'un modèle de chargement mésoscopique. La proposition de quelques modifications à ce modèle pour corriger les faiblesses relevées lors de l'analyse des résultats obtenus à l'aide de ce modèle. L'incorporation de ce modèle de chargement mésoscopique dans un modèle, plus large, d'affectation dynamique du trafic à l'équilibre. L'évaluation de ce modèle d'affectation dynamique du trafic à l'équilibre. Finalement, l'analyse des résultats obtenus par ce modèle et la proposition de quelques techniques pour améliorer ce modèle tant au niveau du temps d'exécution et des ressources informatiques requises, qu'au niveau de la qualité des solutions trouvées par ce modèle.

Dans ce mémoire, nous nous penchons sur un modèle de chargement dynamique de type mésoscopique (Adamo et al. [2]). Quelques unes de ses propriétés sont étudiées et une methode de solution est implantées. Cette implantation nous a permis d'effectuer plusieurs tests sur des réseaux fictifs. Ainsi, nous avons pu évaluer les résultats obtenus à l'aide de ce modèle. Ces résultats ont été analysés pour déterminer la capacité de ce modèle à reproduire des phénomènes tels le débordement des files d'attente aux liens amonts, le mouvement des ondes de chocs... Aussi, un modèle de chargement dynamique de type microscopique a été choisi (*Integration* [31]). Ce modèle nous a servi de référence lors de l'évaluation des résultats du modèle implanté. Nous avons donc pu comparer les résultats obtenus à l'aide des deux modèles lors d'un test effectué sur un réseau fictif. Apres avoir analysé les resultats, nous avons souligné quelques forces et faiblesses du modèle implanté. Ensuite, quelques modifications au modèle ont été proposées pour éliminer les faiblesses de ce modèle ou du moins améliorer sa capacité à reproduire quelques phénomènes.

Dans ce mémoire, nous nous sommes aussi penché sur le problème d'affectation dynamique du trafic à l'équilibre. Pour ceci, nous avons choisi un algorithme proposé dans la littérature par Wisten et Smith [35]. Cet algorithme definit le flot dans l'espace

des proportions de répartition au lieu des chemins. Ces proportions de répartitions definissent à chaque nœud , pour chaque intervalle de temps et pour chaque destination, les proportions du flot qui suivront chacun des liens sortants de ce nœud. À chaque itération, l'algorithme effectue un chargement dynamique du réseau et ce, en utilisant les valeurs actuelles des proportions de répartition du flot. Ensuite, les nouvelles valeurs de ces dernières sont évaluées en utilisant une méthode d'ajustement qui se base sur les durées de déplacement expérimentées sur chaque lien lors du chargement du réseau. Wisten et Smith [35] ont utilisé lors de leur étude, un modèle de chargement assez simpliste où les liens sur les réseaux ont des capacités illimitées de stockage. Dans le cadre de cette étude, nous avons remplacé leur modèle simpliste de chargement par le modèle mésoscopique implanté et évalué dans la permière partie de ce mémoire. Ceci nous a permis, d'analyser les résultats obtenus à l'aide d'un modèle de chargement plus réaliste. Nous avons aussi noter quelques différences par rapport aux observations faites par Wisten et Smith [35]. Aussi quelques techniques ont été proposées pour améliorer le comportement de l'algorithme et la qualité des solutions qu'il trouve ainsi que pour diminuer son temps d'exécution.

La structure générale de ce mémoire est la suivante : au second chapitre, nous présentons une brève revue de la littérature. Par la suite, dans le troisième chapitre, nous nous penchons sur la classe des modèles mésoscopiques en temps continu basés sur les liens. Au quatrième chapitre, le modèle de chargement dynamique des réseaux est présenté. Des méthodes de solution de ce modèle sont proposées au cinquième chapitre. Finalement, au sixième chapitre, un algorithme pour résoudre le problème d'affectation dynamique du traffic à l'équilibre est présenté.

CHAPITRE 2

REVUE DE LITTÉRATURE

Après un bref historique de la recherche dans le domaine des modèles d'affectation dynamique du trafic, nous nous penchons sur la deuxième composante de ces modèles qui est le modèle de chargement dynamique des réseaux. Nous formulerons quelques exigences à satisfaire par ces modèles de chargement dynamique. Ensuite, nous présenterons une revue de trois principales classes de ces modèles en notant les différences fondamentales entre celles-ci.

2.1 Historique de la recherche

L'intérêt pour les modèles d'affectation dynamique du trafic a commencé peu après le développement de formulations mathématiques rigoureuses des problèmes d'affectation statique du trafic. Merchant et Nemhauser [26] ont proposé le premier modèle mathématique pour le cas dynamique. Ce modèle était assez limité et beaucoup de difficultés émanaient de sa formulation ce qui rendait difficile le développement d'algorithmes efficaces. Le succès des modèles statiques dans la résolution de la plupart des problèmes courants et l'absence d'une demande spécifique pour les applications dynamiques ont presque poussé le problème dynamique à l'oubli.

Les besoins ainsi que les intérêts pour des modèles d'affectation dynamique du trafic ont nettement changé ces dernières années et ce, grâce à des programmes de recherche et développement en systèmes intelligents de transport dans des pays comme le Japon, les États-Unis et l'Union européenne aussi. Le but de ces programmes est de trouver des solutions innovatrices au problème de la congestion, basées sur des applications avec les nouvelles technologies en informatique et en télécommunications. Parmi ces applications, nous retrouvons des systèmes avancés d'information des conducteurs (*Advanced Driver Information Systems*), des systèmes adaptatifs de contrôle du trafic (*Adaptive Traffic Control Systems*), des systèmes de gestion du trafic en temps réel (*Real-Time Traffic Management Systems*)... L'évaluation avant l'implantation de tels systèmes requiert l'utilisation de modèles de trafic qui reproduisent dynamiquement et efficacement les interactions dans les systèmes de transport. Ces modèles doivent donc prendre en compte les effets des demandes dynamiques (variant dans le temps) et de l'évolution temporelle du trafic.

Les modèles d'affectation dynamique du trafic ont trois composantes principales :

1. Le modèle de demande.
2. Le modèle de chargement dynamique des réseaux.
3. Le modèle de choix de route.

Les résultats obtenus par les modèles d'affectation dépendent beaucoup de la forme choisie pour chacune de ces composantes et de la façon dont elles interagissent. Il faut noter que même si, dans tout processus de modélisation, il y a un compromis à faire entre l'exactitude du modèle et les ressources informatiques necessaires, le choix inadéquat des composantes du modèle peut donner des résultats irréalistes et donc inacceptables. Dans ce mémoire, nous nous intéressons surtout à la deuxième composante qui est le chargement dynamique des réseaux. Nous énoncerons les différents types de modèles proposés dans la littérature. Une attention particulière sera

portée à la classe des modèles mésoscopiques avec l'étude de leurs avantages et inconvénients. Un de ces modèles sera formulé, implanté, ses résultats analysés et il sera incorporé dans un modèle d'affectation dynamique du trafic.

2.2 Les modèles de chargement dynamique des réseaux

Les modèles de chargement dynamique des réseaux permettent de reproduire les mouvements des usagers dans les réseaux une fois que les chemins reliant les origines aux destinations et les demandes partielles (variant dans le temps) associées à chacun de ces chemins sont connus. Cette reproduction est effectuée selon des règles variant d'un modèle à l'autre et dépendant fortement de la nature du modèle utilisé. Dans cette section, nous verrons qu'il existe plusieurs classes de modèles. Nous énoncerons quelques-unes de ces classes et nous distinguerons les différences entre elles.

2.2.1 Quelques exigences à satisfaire par les modèles

Avant de commencer à présenter les différentes classes de modèles, voici quelques exigences que devraient satisfaire les « bons » modèles de chargement dynamique des réseaux :

- **Respect de la règle FIFO (*First In First Out*) :** Aucun dépassement entre les usagers ne devrait avoir lieu, donc aucun usager ne devrait quitter un lien donné avant les autres usagers qui le précédaient sur ce lien. Carey [9] a expliqué la nécessité du respect de la règle FIFO imposée, dans plusieurs modèles et ce, en ajoutant un ensemble de contraintes additionnelles. Cependant, nous verrons que plusieurs modèles n'arrivent pas à garantir le respect de FIFO et qu'il y a des cas où le nombre de violations de FIFO est tellement important que les résultats sont totalement irréalistes.

- **Cohérence de la propagation du flot avec la vitesse :** La propagation du flot à travers le réseau doit se faire de façon cohérente avec la vitesse. Les modèles ne doivent permettre aucune propagation à une vitesse supérieure à la vitesse du flot à écoulement libre.
- **Reproduction des débordements des files d'attente :** Un des phénomènes les plus importants à reproduire est le débordement des files d'attente qui n'est autre que la propagation en arrière de la congestion d'un lien vers ses liens en amont. Ceci se produit quand une file d'attente sur un lien est tellement longue qu'elle finit par gêner la vitesse et le flot des véhicules entrants dans ce lien. Plusieurs modèles proposés dans la littérature ne réussissent pas à reproduire ce phénomène, ce qui les rend presque inutilisables pour des applications pratiques.

2.2.2 Une revue de quelques classes de modèles de chargement dynamique des réseaux

2.2.2.1 Les modèles microscopiques

Les modèles de ce type jouissent d'un niveau élevé de détails. Parmi ces modèles, nous retrouvons INTEGRATION [30], AIMSUN2 [6], TRANSIMS [28], Cremer et Ludwig [12], Nagel et Schreckenberg [27]. Ces modèles supposent que le comportement d'un véhicule est en fonction des conditions du trafic dans son environnement. Ces modèles considèrent les véhicules individuellement et utilisent des modèles de suivi du trafic (*Car Following*) ainsi que des modèles de changement de voie (*Lane Changing*) pour simuler le déplacement des véhicules sur les réseaux.

Daganzo [13] a fait remarquer que les hypothèses de ces modèles sont difficiles à valider, car le comportement humain dans le trafic réel est difficile à observer et à mesurer. Ceci est un point important car, pour qu'une simulation soit valide. les détails microscopiques doivent être justes puisqu'il peuvent affecter le comportement

macroscopique de façon imprévisible [14]. Il faut noter que le haut niveau de détail de tels modèles leur permet (pour la plupart) de bien reproduire le débordement des files d'attente. Toutefois, pour ceux qui utilisent ce type de modèles, le calibrage s'avère une tâche ardue. Aussi, leur utilisation requiert des ressources informatiques importantes, ce qui peut s'avérer trop coûteux dans le cas de réseaux de tailles moyenne et grande.

2.2.2.2 Les modèles macroscopiques

Ces modèles sont basés sur le flot puisqu'ils supposent que le comportement général d'un ensemble de véhicules, plus facile à observer et à valider, dépend des conditions du trafic dans leur environnement. La plupart des modèles macroscopiques s'inspirent de la théorie hydrodynamique du flot énoncé au milieu du siècle (Lighthill et Whitham [24] et Richards [29]). Considérons les variables suivantes :

q : le flot passant par unité de temps passant par un point donné.

k : la densité représentant le nombre de véhicules par unité de distance.

v : la vitesse à un point donné.

x : la position.

t : le temps.

Les modèles énoncés ci-haut utilisent les trois notions suivantes :

a) La courbe flot-densité à l'état stable

Lighthill et Whitham [24] ont affirmé que, pour chaque section de route assez longue où il n'y a ni fusion, ni divergence de chemins, ni intersection, il y a une relation entre le flot et la densité qui peut être quantifiée de façon empirique. Cette relation est aussi appelée relation à l'état stable puisqu'elle ne concerne que les véhicules se déplaçant à une vitesse constante. La courbe flot-densité a la structure générale de la Figure 1 :

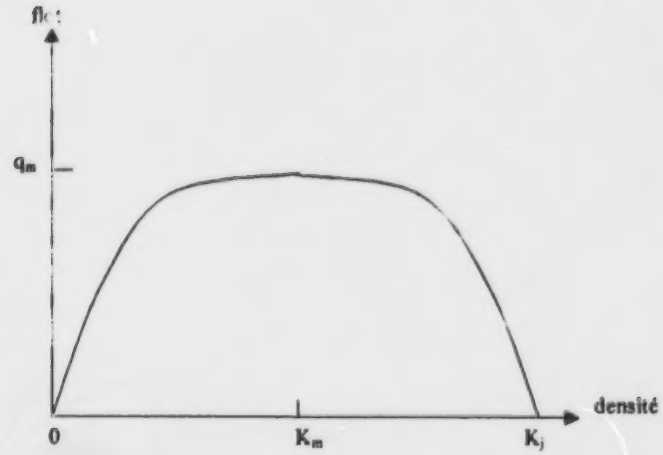


Figure 1 : Structure générale de la courbe de flot-densité

La courbe flot-densité se divise en deux parties :

1. **Partie (régime) non-congestionnée** : Au fur et à mesure que la densité tend vers zéro, le flot tend vers zéro aussi.
2. **Partie (régime) congestionnée** : Quand la densité s'approche de la densité maximale (*Jam Density*), le flot tend encore une fois vers zéro puisque les véhicules réduisent leur vitesse pour s'assurer d'une distance d'arrêt sécuritaire.

Plusieurs relations flot-densité ont été proposées dans la littérature. Il est possible de diviser ces différentes relations proposées en deux classes principales [25] :

1. Les relations linéaires de flot-densité à l'équilibre :
   - Triangulaire.
   - Trapézoïdale symétrique.
   - Trapézoïdale asymétrique.
   - Non-convexe linéaire par partie.
   - Linéaire par partie générale (concavité de Daganzo).
2. Les relations non-linéaires de flot-densité à l'équilibre :
   - À régime unique de Van Aerde [30].

- Parabolique de Greenshields.

b) La relation fondamentale vitesse-flot-densité

Le flot sur une tranche de la section de route décrite ci-haut, au temps t est approximé par ce qui suit :

$$q(x,t) = \frac{n}{\Delta t} \tag{1}$$

Où la tranche de route en question est de longueur dx centrée en x et n est le nombre de véhicules qui ont traversé cette tranche de route pendant l'intervalle de longueur Δt centré en t.

La densité (concentration) au temps t à l'emplacement x est le nombre moyen de véhicules sur la tranche divisé par la longueur de cette dernière. L'expression de la densité est donc la suivante :

$$k(x,t) = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} dt_i \quad \Delta t}{dx} \tag{2}$$

Où la quantité dt_i est le temps requis par le véhicule i pour traverser la tranche de route.

La relation fondamentale vitesse-flot-densité est la suivante :

$$q = v \cdot k \tag{3}$$

Où la quantité v est la vitesse moyenne des véhicules pondérée selon le temps pris par chaque véhicule pour traverser la tranche de route. La quantité v peut être exprimée sous la forme suivante :

$$v = \frac{n \cdot dx}{\sum_{i=1}^{i=n} dt_i} \tag{4}$$

c) Le principe de conservation des véhicules

Ce principe établit que durant un intervalle de temps $[t_1, t_1 + \Delta t]$, la variation dans le nombre de véhicules sur une tranche de route donnée $[x_1, x_1 + \Delta x]$ est égale à la différence entre le nombre de véhicules entrants et sortants de cette même tranche de route exprimée comme suit :

$$\int_{t_1}^{t_1+\Delta t} [k(x, t_1 + \Delta t) - k(x, t_1)] dx = \int_{t_1}^{t_1+\Delta t} [q(x_1, t) - q(x_1 + \Delta x, t)] dt$$

Après quelques manipulations (Cohen [11]), nous pouvons arriver à l'expression générale suivante du principe de conservation des véhicules :

$$\frac{\partial k(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial q(x,t)}{\partial x} = 0 \qquad (5)$$

Les méthodes de type macroscopique utilisent des méthodes numériques pour résoudre les équations différentielles partielles proposées dans les modèles de Lighthill-Whitham-Richards [21,26]. Elles sont capables de reproduire le débordement des files d'attente puisqu'elles disposent d'une représentation continue de l'espace et elles sont capables de propager les ondes de choc en avant et en arrière. Les modèles macroscopiques ne sont pas parfaits vu qu'ils utilisent, entre autres, des relations d'état stable. Ces modèles supposent donc que les véhicules accélèrent et décélèrent de façon instantanée. Le fait que les défauts de ces modèles soient bien connus motive beaucoup d'ingénieurs de trafic à les utiliser pour faire leurs analyses. Toutefois, il n'existe pas encore de modèles de réseaux opérationnels et il faut noter que le modèle de transmission des cellules proposé par Daganzo [14] était une première tentative dans le but d'obtenir un modèle tout à fait opérationnel.

2.2.2.3 Les modèles mésoscopiques

Ces modèles n'utilisent pas de modèles de suivi du trafic où de changement de voie. Ces modèles n'essayent pas de résoudre directement les équations différentielles partielles de Lighthill-Whitham et de Richards. Ils peuvent être basés sur le flot ou sur des véhicules

individuels. Ceux qui considèrent les véhicules individuellement utilisent des relations d'état stable (*Steady State Relationships*) tandis que ceux basés sur le flot utilisent des fonctions de durée de déplacement ainsi que des capacités explicites. Étant donné que le modèle implanté pour notre étude est un modèle mésoscopique en temps continu basé sur les liens, nous traiterons de façon plus approfondie ce type de modèles mésoscopiques dans la prochaine section. Nous verrons que les modèles en temps continu basés sur les liens peuvent se diviser en deux sous-types. Nous aborderons les différences entre ses deux sous-types ainsi que leurs limites respectives.

CHAPITRE 3

LES MODÈLES MÉSOSCOPIQUES EN TEMPS CONTINU BASÉS SUR LES LIENS

Comme l'indique son nom, ce chapitre traite des modèles mésoscopiques en temps continu basés sur les liens. Nous étudierons tout d'abord l'équation de conservation de flot de ce type de modèles et nous la comparerons avec celle d'autres modèles. Nous verrons aussi comment cette classe de modèle se divise en deux sous-classes qui différent l'une de l'autre par leur façon de modéliser la propagation du flot. Finalement, nous étudierons les différents modèles appartenant à ces deux sous-classes tout en montrant leurs différences ainsi que leurs limites respectives.

3.1 L'équation de conservation du flot

De nombreux modèles de cette classe ont été proposés dans la littérature (Boyce et al. [7], Friesz et al. [19], Fernandez et de Cea [15], Vythoulkas [32], Wie et al.[33], Wu et al. [36]). Dans cette classe de modèles, chaque lien a possède, en général, les caractéristiques suivantes:

- Le flot entrant $u_a(t)$.
- Le flot sortant $w_a(t)$.
- Le nombre d'usagers $x_a(t)$ sur le lien.

Les fonctions $u_a(t)$, $w_a(t)$ et $x_a(t)$ sont continues dans le temps et reliées par l'équation de conservation du trafic suivante :

$$\frac{dx_a(t)}{dt} = u_a(t) - w_a(t) \tag{6}$$

Où $u_a(t)$ et $w_a(t)$ sont définies comme suit :

$$u_a(t) = \lim_{dt \to 0}\left(\frac{\#\ \textit{véhicules entrés dans a pendant } [t, t+dt]}{dt}\right)$$

$$w_a(t) = \lim_{dt \to 0}\left(\frac{\#\ \textit{véhicules ayant quitté a pendant } [t, t+dt]}{dt}\right)$$

Tous les modèles de cette classe sont reliés par les concepts présentés dans le modèle proposé par Merchant et Nemhauser [26] qui est basé sur l'équation suivante :

$$x_{t+\Delta t,a} = x_{t,a} + \left(u_{t,a} - w_{t,a}\right) \cdot \Delta t \tag{7}$$

Cette équation n'est autre que la version discrétisée équivalente à (6). Merchant et Nemhauser n'ont pu obtenir qu'une formulation avec une seule destination et c'est Carey [9] qui a reformulé le problème pour pouvoir traiter le cas de plusieurs destinations.

Dans le but de modéliser la propagation du flot à travers les liens du réseau, il faut ajouter une autre relation pour obtenir un système complet d'équations différentielles. Il y a deux sortes de relations que nous pouvons ajouter et qui nous donnerons deux différents types de modèles. La modélisation peut être faite soit à l'aide des fonctions de sortie des liens, soit à l'aide des fonctions de durée de déplacement.

3.2 Formulation avec les fonctions de sortie des liens

La plupart des modèles basés sur les liens ont été formulés à l'aide d'une fonction de sortie des liens qui gouverne totalement le flot qui sort d'un lien en fonction du nombre d'usagers *x(t)* sur ce lien de la façon suivante :

$$w(t) = W(x(t)) \tag{8}$$

Wie et al. ([33] et[34]) ont proposé les deux formulations suivantes pour la fonction W :

$$W(x(t)) = \xi \cdot x(t) \tag{9}$$

$$W(x(t)) = C^{out}\left[1 - e^{-\left(\frac{x(t)}{\xi}\right)}\right] \tag{10}$$

Où ξ est une constante positive invariante avec le temps et C^{out} est la capacité sur le flot sortant du lien en question.

Nous pouvons donc modéliser les liens d'un réseau avec le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{d(t)} = u(t) - w(t) \\ w(t) = W(x(t)) \end{cases} \tag{11}$$

Les modèles de ce type peuvent être facilement implémentés et ont l'avantage d'être continus dans le temps et basés sur les liens, mais ils ne peuvent assurer le respect de la règle FIFO et la cohérence de la propagation du flot avec la vitesse.

Astarita [5] a montré à l'aide d'un exemple numérique (dans le cas d'une seule destination) quelques faiblesses de ce type de modèle. Il note, entre autres, que le temps de déplacement est de zéro pour les liens vides avec une vitesse infinie de propagation du flot. Pour les liens qui sont en train de se décharger, le dernier usager est condamné à rester pour toujours sur le lien avec un temps de déplacement infini. Il a remarqué que, puisque le flot entrant dans un lien est immédiatement ajouté à tous les usagers déjà sur

ce lien (caractéristiques de tous les modèles basés sur les fonctions de sortie des liens), les résultats obtenus semblent montrer que le futur affecte le présent (le temps de déplacement de l'usager entrant dans le lien au temps t dépend du futur flot entrant). Finalement, Astarita [5] fait aussi remarquer que le respect de FIFO n'est pas garanti et, dans le cas de multiples destinations, le nombre de violations de FIFO peut être tellement grand que les résultats obtenus sont totalement irréalistes.

3.3 Formulation avec les fonctions de durée de déplacement

Dans ce type de modèles, la fonction de durée de déplacement $\tau(t)$ est introduite. Elle détermine la durée de déplacement de l'usager entrant dans le lien au temps t et il faut noter qu'ici le flot du trafic est supposé être continu, ce qui transforme l'usager en une simple particule du fluide formant tout le trafic. Cette fonction de durée de déplacement dépend du nombre d'usagers $x(t)$ sur le lien :

$$\tau(t) = T(x(t)) \tag{12}$$

Parmi les relations proposées dans la littérature, nous retrouvons :

$$\tau(t) = \tau^0 \left[1 + \beta \left(\frac{x(t)}{C^s} \right)^n \right] \tag{13}$$

Où τ^0 et β sont des constantes et C^s est la capacité de stockage du lien.

D'autres formulations ont été émises, entre autres, par Wu et al. [36] ainsi que par Friesz et al.[19] qui ont proposé une fonction T linéaire. Une fois la fonction de durée de déplacement explicitement exprimée, il restait donc à trouver une relation entre le flot sortant $w(t)$ et les autres quantités connues.

Fernandez et de Cea [15] ont proposé le modèle suivant basé sur la fonction de durée de déplacement :

$$\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = u(t) - w(t) \\ \tau(t) = T(x(t)) \\ w[t + \tau(t)] = \dfrac{x(t)}{\tau(t)} \end{cases} \tag{14}$$

La dernière équation était une tentative de trouver une relation explicite entre le flot sortant $w(t)$ et la fonction de durée de déplacement $\tau(t)$. Le problème est que, avec cette formulation, le modèle ne pouvait pas garantir le respect de FIFO ni même la conservation des véhicules dans les liens.

Astarita [5] a proposé une façon d'établir le flot sortant $w(t)$ sous l'hypothèse du respect de FIFO. Pour lui, une fois la fonction de durée de déplacement et le flot entrant connus, il était tout à fait logique de penser que la fonction de sortie devait dépendre de ces deux quantités-là. Il a donc proposé le modèle suivant :

$$\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = u(t) - w(t) \\ \tau(t) = T(x(t)) \\ w[t + \tau(t)] = \dfrac{u(t)}{1 + \dfrac{d\tau(t)}{dt}} \end{cases} \tag{15}$$

Il a démontré que la dernière équation était une condition suffisante et nécessaire pour le respect de FIFO. Il note aussi que ce modèle est essentiellement le même que celui présenté par Friesz et al. [19] et Wu et al. [36] et qu'il est basé sur des équations différentes et explicites. Astarita propose l'utilisation d'une fonction de durée de déplacement linéaire pour les raisons suivantes :

- La facilité de calibrage des paramètres de la fonction linéaire en utilisant des données expérimentales.

- La garantie du respect de FIFO et de la cohérence du modèle prouvé par Friesz [19].
- La possibilité de prouver que le flot sortant *w(t)* d'un lien ne dépassera jamais une capacité bien définie

Astarita a ensuite montré à l'aide d'un exemple numérique que son modèle pouvait simuler une file d'attente résultant d'un goulot et ce, sans l'ajout de contraintes additionnelles. Cependant, son modèle présentait le même inconvénient que tous les modèles basés sur les liens et formulés à l'aide de fonctions de durée de déplacement et qui a rapport avec la reproduction des débordements de files d'attente.

En effet, Daganzo [13] a fait remarquer que tous les modèles basés sur les liens et formulés à l'aide de fonctions de durée de déplacement ne reproduisent pas les débordements des files d'attentes. Il a proposé que pour représenter adéquatement un réseau avec une file d'attente en un point (*Point Queue Network*), il fallait séparer les effets des files d'attente en un point de ceux des parcours des distances. Ainsi, un segment de route comportant un goulot devrait être représenté par deux liens en série : le premier aurait un temps de déplacement constant représentant le temps nécessaire au parcours de la distance alors que le temps de déplacement du second représenterait le délai causé par le goulot. Il fait remarquer aussi que même cette représentation hybride manque de réalisme quand la congestion est tellement élevée que les délais sont partiellement causés par des problèmes d'espace libre dans les liens en aval. Cette représentation ne reconnaît pas que le trafic est ralenti car, des véhicules ne peuvent accéder aux liens en aval saturés. Finalement, Daganzo a signalé que la représentation adéquate de ce phénomène reposerait sur l'incorporation des phénomènes des ondes dans ces modèles et que les modèles basés sur la représentation hydrodynamique du flot du trafic était prometteurs à cet égard.

Ceci étant dit, Adamo et al. [2] ont proposé un modèle basé sur la formulation présentée dans Friesz et al. [19], Astarita [5], Wu et al. [36] et Xu et al. [37]. Ce modèle

est capable d'effectuer un chargement de réseau. Il requiert des ressources informatiques limitées et ce, tout en reproduisant les débordements des files d'attente. L'idée derrière le modèle proposé par Adamo et al. [2] est sensiblement la même que celle proposée par Daganzo [13]. Le lien est divisé en deux segments pour représenter les régimes de flots congestionnés et décongestionnés. Les deux segments sont les suivants :

1. **Section de déplacement** : Ce segment a la même formulation analytique que celle présentée dans Friesz et al. [19], Astarita [5] et Wu et al. [36]. Il représente la partie du lien où il n'y a pas de congestion.
2. **Section d'attente** : Ce segment est gouverné par d'autres équations. Il représente la partie congestionnée du lien et le temps de déplacement (qui lui est associé) est le délai causé par la file d'attente.

C'est ce modèle qui fait l'objet de cette étude et que nous avons choisi d'implanter afin d'en analyser les résultats et de tirer les conclusions quant à ses avantages et inconvénients. Toutefois, même si ce modèle arrive à reproduire les débordements des files d'attente, nous verrons que les ondes de choc reproduites ne sont pas réalistes. Adamo et al. [2] font remarquer aussi que, étant donné la nature approximative de ce modèle, il se prête plus à des applications générales de planification qu'à des micro-applications telles les contrôles adaptatifs de signaux (*Adaptive Signal Control*). Dans le prochain chapitre, nous présenterons le modèle d'Adamo et al. [2] et nous expliquerons ses différentes composantes ainsi que les différentes approches pour le résoudre. Une des approches de solution a été implémentée, ce qui nous permettra d'analyser les résultats obtenus grâce aux expériences numériques effectuées.

CHAPITRE 4

LE MODÈLE DE CHARGEMENT DYNAMIQUE DES RÉSEAUX

Dans cette section, nous énoncerons le modèle de chargement dynamique des réseaux proposé par Adamo et al. [2]. Tout d'abord, nous donnerons les terminologies et notations utilisées dans ce mémoire. Ensuite nous étudierons l'exemple d'un modèle de file d'attente simple et irréaliste. Nous verrons comment il est possible d'améliorer le réalisme de ce modèle en effectuant quelques modifications. Le résultat final est un modèle mésoscopique dont nous étudierons les différentes composantes. Nous donnerons aussi des exemples numériques aux moments où nous les jugerons nécessaires à la compréhension.

4.1 Terminologie et notation

Considérons un réseau de transport $R = (N, A)$ avec N et A représentant respectivement l'ensemble des nœuds i et l'ensemble des arcs orientés (liens) $a = (i, j)$. Le trafic a pour origine les nœuds o ($o \in O$, $O \subset N$) et il est destiné aux nœuds d ($d \in D$, $D \subset N$). Chaque paire origine-destination (o-d) est désignée par p ($p \in P$, $P \subset OxD$). L'ensemble des chemins reliant une paire (o-d) p est désigné par K_p. Nous désignerons aussi par K_a l'ensemble des chemins passant par le lien a. Nous avons donc les ensembles suivants :

N : Ensemble de tous les nœuds i.

A : Ensemble des liens $a = (i, j)$.

O : Ensemble des nœuds origine o.

D : Ensemble des nœuds destination d.

P : Ensemble des paires (o-d).

K : Ensemble de tous les chemins.

K_p : Ensemble des chemins reliant la paire (o-d) p.

K_a : Ensemble des chemins passant par le lien a.

De façon générale, les paires (o-d) seront désignées par p et les chemins seront désignés par la lettre k. Notons que, pour chaque paire (o-d) p, il existe une demande temporelle $D_p(t)$ et que tout le trafic quitte les origines pendant l'intervalle $[0,T]$ et arrive aux destinations à l'intérieur de l'intervalle $[0,T']$ où $(T' > T)$.

Les flots temporels d'entrée et de sortie des liens ainsi que le nombre de véhicules sur un lien a pour une paire (o-d) p sont dénotés respectivement par $u_a^p(t)$, $w_a^p(t)$ et $x_a^p(t)$. Ainsi, nous pouvons exprimer ces mêmes quantités pour un lien a comme suit :

$$\begin{cases} u_a(t) = \sum_r u_a^r(t) = \sum_{k \in K_a} u_a^k(t) \\ w_a(t) = \sum_r w_a^r(t) = \sum_{k \in K_a} w_a^k(t) \\ x_a(t) = \sum_r x_a^r(t) = \sum_{k \in K_a} x_a^k(t) \end{cases} \tag{16}$$

À un nœud i, nous définissons les étoiles entrante A_i^+ et celle sortante A_i^- comme étant respectivement les ensembles des liens entrants et sortants du nœud i. La durée de déplacement sur un lien a au temps t est dénotée par $\tau_a(t)$.

Plusieurs modèles basés sur les liens ont été proposés dans la littérature ([7],[21] et [32]), où la notion de capacité sur le flot entrant dans un lien est absente. Les conséquences de cette absence sont des résultats montrant des liens où il y a un nombre

trop élevé de véhicules en même temps. Ces modèles étaient donc inutilisables pour des applications pratiques, car ils ne pouvaient représenter les capacités limitées des liens. Le modèle étudié dans ce mémoire ne souffre pas de ce défaut, car à chaque lien a sont associées les capacités (limites) suivantes :

C_a^{in} : Capacité sur le flot entrant dans le lien a exprimée en (véh/h).

C_a^{out} : Capacité sur le flot sortant du lien a exprimée en (véh/h).

C_a^{s} : Capacité sur le nombre de véhicules présent dans le lien a exprimée en (véh/h), nous la dénommerons aussi capacité de stockage.

La demande locale de trafic $\delta_a(t)$ à la sortie du lien a, exprimée en (véh /h), représente le trafic qui est prêt à quitter le lien a au temps t vers les liens en aval, si les conditions du trafic dans ces derniers sont favorables. Les demandes locales partielles $\delta_a^k(t)$ et $\delta_{ab}(t)$ représentent respectivement la demande au temps t du lien a suivant le chemin k et la demande au temps t du lien a vers le lien b. Cette dernière peut être exprimée comme suit :

$$\delta_{ab}(t) = \sum_{k \in K_a \cap K_b} \delta_a^k(t) \tag{17}$$

Les quantités $\sigma_b(t)$ et $\sigma_{a+}(t)$ exprimées en (véh /h) représentent respectivement l'offre locale de trafic du lien b et l'offre locale du lien en aval au lien a. Ainsi, la quantité $\sigma_{ab}(t)$ est l'offre locale partielle du lien b pour le lien a.

De façon générale, la notation utilisée sépare les variables en deux classes : les liens entrants et les liens sortants d'un nœud donné. La façon d'interpréter les variables est la suivante :

Lien entrant : $\delta_{ab}(t)$: La demande locale du lien a vers le lien b.

$w_{ab}(t)$: Le flot sortant du lien a allant au lien b.

Lien sortant : $\sigma_{ab}(t)$: L'offre locale du lien b pour le lien a.

$u_{ab}(t)$: Le flot entrant dans le lien b en provenance du lien a.

Dans ce modèle, chaque lien est subdivisé en deux sections. La signification de chacune de ces sections sera donnée ultérieurement. Néanmoins, voici les noms de ces deux sections ainsi que les quantités qui leur sont associées :

- **Section de déplacement (*Running Segment*)** : Les quantités associées à cette section sont le flot entrant $ur_a(t)$, le flot sortant $wr_a(t)$, le nombre de véhicules $xr_a(t)$ et la durée de déplacement sur cette section est $\tau_{ra}(t)$ pour le trafic entrant dans cette section au temps t.
- **Section d'attente (*Queuing Segment*)** : Les quantités associées à cette section sont le flot entrant $uq_a(t)$ [toujours égal à $wr_a(t)$] , le flot sortant $wq_a(t)$, le nombre de véhicules $xq_a(t)$ et la durée de déplacement sur cette section $\tau_{qa}(t)$ pour le trafic entrant dans cette section au temps t.

4.2 Un modèle de file d'attente déterministe simple

Le but de cette section est de montrer comment on peut modifier un simple modèle de file d'attente déterministe pour qu'il puisse prendre en considération les débordements des files d'attente. Le modèle résultant est, en fait, celui utilisé pour modéliser la section d'attente de chaque lien. Cette section est inspirée de l'article présenté par Adamo et al.[2].

Formulons tout d'abord, un simple modèle de file d'attente pour chaque lien afin de représenter le flot du trafic sur un réseau linéaire composé de trois liens. Chaque lien est représenté par un modèle de file d'attente déterministe. Les files d'attente sont verticales et la durée de déplacement est nulle quand il n'y a pas de file d'attente. Rappellons qu'une file d'attente verticale suppose que les véhicules ne prennent pas d'espace sur le lien et qu'ils sont entassés verticalement à la fin de celui-ci. La durée de déplacement sur un lien pour l'usager y entrant au temps t est représentée par une fonction qui dépend linéairement du nombre de véhicules sur ce lien au temps t :

$$\tau_a(t) = \frac{x_a(t)}{C_a^{out}} \tag{18}$$

Si ce modèle déterministe est utilisé dans la modélisation des files d'attente du trafic sur les liens pour représenter les délais, une de ses faiblesses évidentes est qu'il ne pourra reproduire la propagation de la file d'attente d'un lien à ses liens en amont. L'exemple suivant nous montre cette situation :

Supposons qu'on veuille simuler le réseau linéaire suivant avec ce modèle. La demande du trafic du nœud *o* vers le nœud *d* est constante et égale à 1000 (véh/h) alors que les capacités sont de 1500 (véh/h) pour le lien 1, 500 (véh/h) pour le lien 2 et 100 (véh/h) pour le lien 3. Avec ce modèle, des files d'attente se formeront aux liens 2 et 3 et leur longueur sera non-bornée supérieurement à moins qu'on n'introduise une capacité de stockage des véhicules.

Une première solution pour ce problème serait de fixer une capacité sur le flot sortant. Comme nous allons voir, cette solution ne règle pas tout puisque le choix de la fonction de durée de déplacement n'est pas valide.

Supposons qu'une capacité de stockage est fixée à 400 (véh) pour le lien 3. Après une heure, le lien 3 sera saturé et la file d'attente aura atteint la fin du lien 2. À ce moment-là, le flot sortant du lien 2 deviendra instantanément 100 véh/h. Pour les véhicules arrivés au lien 2 après le changement de la capacité, le calcul de la durée de déplacement sur ce lien tiendra compte de la nouvelle valeur (100 véh/h), mais qu'en est-il des véhicules déjà présents sur le lien 2 lors du changement de capacité ?

Le calcul de la durée de déplacement de ces véhicules a été effectué lors de leur entrée dans le lien avec l'équation 18, et ce en utilisant la valeur de l'ancien flot sortant. C'est pour cette raison que le calcul de la durée de déplacement sur le lien (dans une file d'attente) ne devrait pas se faire à l'aide de l'équation (18). Ainsi, quand il y a

débordement des files d'attente, les flots sortant peuvent dépendre de goulots situés dans les liens en aval et la valeur de $\tau_a(t)$ ne doit pas être établie explicitement au temps t.

Un nouveau modèle pourrait donc être formulé en utilisant les notions d'offres et demandes locales. Cette idée a été appliquée dans une méthode de différences finies pour la résolution du modèle de Lighthill et Whitham, et présentée par Daganzo [14] et Lebacque [21]. Elle consiste à obtenir le flot local comme minimum des offres et demandes locales du trafic, ce qui nous permet de corriger l'ancienne formulation de la façon suivante :

Section d'attente

$$\begin{cases} \dfrac{dxq_a(t)}{dt} = uq_a(t) - wq_a(t) & (19) \\ wq_a(t) = \min(\delta_a(t), \sigma_{a+}(t)) & (20) \end{cases}$$

Demande et offre

$$\begin{cases} \delta_a(t) = uq_a(t) & \text{si} \quad xq_a(t) = 0 \quad et \quad uq_a(t) < C_a^{out} \\ \delta_a(t) = C_a^{out} & \text{sinon} \qquad (21) \\ \sigma_a(t) = C_a^{in} & \text{si} \quad xq_a(t) < C_a^{S} \\ \sigma_a(t) = \min(wq_a(t), C_a^{in}) & \text{sinon } xq_a(t) \geq C_a^{S} \qquad (22) \end{cases}$$

Stockage et non négativité

$$\begin{cases} xq_a(t) \leq C_a^{S} & (23) \\ xq_a(t), uq_a(t), wq_a(t) \geq 0 & (24) \end{cases}$$

L'équation (19) est l'équation de conservation du flot de trafic. L'équation (20) établit le flot sortant de chaque lien comme étant le minimum entre la demande et l'offre du lien en aval. L'équation (21) établit la valeur de la demande au minimum entre le flot entrant et la capacité du flot sortant C_a^{out} s'il n'y a pas de file d'attente ; sinon, cette valeur est égale à la capacité du flot sortant. L'équation (22) établit la valeur de l'offre à la capacité du flot entrant C_a^{in} si le lien n'est pas saturé ; sinon, cette valeur est le minimum entre le flot sortant et la capacité du flot entrant C_a^{in}. Cette règle nous garantit que la capacité de stockage ne sera jamais excédée, ce qui rend l'équation (23) redondante. Finalement, la

durée de déplacement peut être calculée avec l'hypothèse de FIFO et ce, en imposant la relation suivante :

$$Uq_a(t) = Wq_a(t + \tau_{qa}(t)) \tag{25}$$

Où Uq_a et Wq_a sont les flots cumulatifs définis comme suit :

$$\begin{cases} Uq_a(t) = \int_0^t uq_a(t)dt \\ Wq_a(t) = \int_0^t wq_a(t)dt \end{cases} \tag{26}$$

Ce modèle est meilleur que le précédent, mais comme mentionné dans [2], il ne reproduit pas tous les types d'ondes de choc qui se propagent aux liens en amont. Supposons que, dans le réseau précédent de trois liens, un incident fait chuter la capacité sur le flot sortant du lien 3 à 0 pour une période donnée et que la situation des files d'attente est telle que les liens 2 et 3 sont saturés (Figure 2).

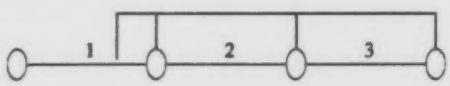


Figure 2 : Lien 2 et 3 saturés

Quand la capacité originale sur le flot sortant (100 véh/h) est rétablie, le flot sortant de chaque lien atteint instantanément la valeur de 100 véh/h et ce, à cause de l'équation (22) qui donne immédiatement à la valeur de l'offre, la valeur du flot sortant quand un lien est saturé. Le résultat est que la file d'attente se dissipera en maintenant le même point de tête alors que le point arrière se déplacera en avant (Figure 3).

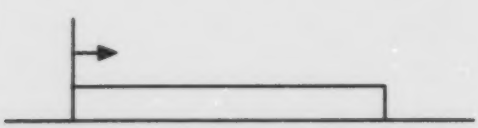


Figure 3 : Dissipation de la file d'attente

Adamo et al.[2] ont noté que ce résultat est différent de celui prédit par le modèle de Lighthill et Whitham qui est que les points avant et arrière de la file d'attente se déplaceront en arrière (Figure 4).

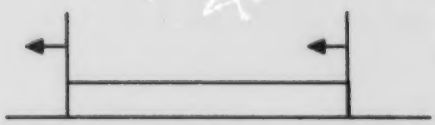


Figure 4 : Dissipation de la file d'attente selon Lighthill et Whitham

Adamo et al.[2] ont mentionné qu'il était possible d'améliorer ce comportement par l'introduction de délais lors du changement des offres des liens en amont et ce, tout en pensant que cette solution est d'un bénéfice discutable. Pour notre part, dans le modèle que nous avons implanté, nous n'avons pas inclus la possibilité d'introduire cette sorte de délai. Il nous est donc impossible d'évaluer l'utilité et les gains réalisés avec cette variante du modèle. Cependant, à la fin de ce chapitre, nous discuterons de cette possibilité avec les difficultés potentielles qui pourraient surgir si le modèle est modifié de cette façon.

Finalement, il est clair que ce modèle de file d'attente ne peut pas être utilisé tel quel pour le chargement de vrais réseaux puisque les durées de déplacement sont nulles quand les flots sortants sont inférieurs aux capacités. Une section de déplacement (*Running Segment*) est donc ajoutée à la section d'attente pour modéliser les liens. Ainsi, les deux régimes congestionné et non-congestionné sont représentés. Après que les véhicules aient voyagé sur la section de déplacement d'un lien donné, la section d'attente peut les retenir si l'offre des liens en aval n'est pas suffisante ou quand le flot dépasse la capacité sur le flot sortant.

4.3 Le modèle de chargement dynamique des réseaux

Le modèle de chargement dynamique des réseaux nous permet, une fois que les ensembles des chemins K_p entre chaque paire $(o\text{-}d)$ ainsi que les demandes temporelles partielles $h_k(t)$ pour chaque chemin sont spécifiés, de reproduire les mouvements du trafic sur le réseau selon un ensemble de règles analytiques. Dans cette section, nous verrons que le modèle de chargement est composé des deux sous-modèles suivants :

1. **Modèle de lien** : Ce modèle établit les demandes et offres partielles au temps t^* et ce, en fonction des patrons des flots entrants au temps $t \leq t^*$.
2. **Modèle de nœud** : Ce modèle établit les flots au temps t et ce, une fois les demandes et offres partielles connues.

Les détails de ces sous-modèles seront donnés avec les explications nécessaires pour la compréhension de leur fonctionnement.

4.3.1 Le modèle de nœud

Chaque modèle de chargement des réseaux basé sur les liens voulant reproduire les débordements des files d'attente, doit déterminer, à chaque instant, les flots des liens étant donné les offres et demandes locales partielles existantes à chaque nœud du réseau. Cette tâche peut être réduite en résolvant le modèle de nœud pour n tranches de temps si les demandes et offres partielles sont constantes pendant chaque tranche de temps. Plus d'explications seront données lorsque les méthodes de résolutions du modèle de chargement seront abordées.

Nous pouvons donc représenter le modèle de nœud par le diagramme de la Figure 5 :

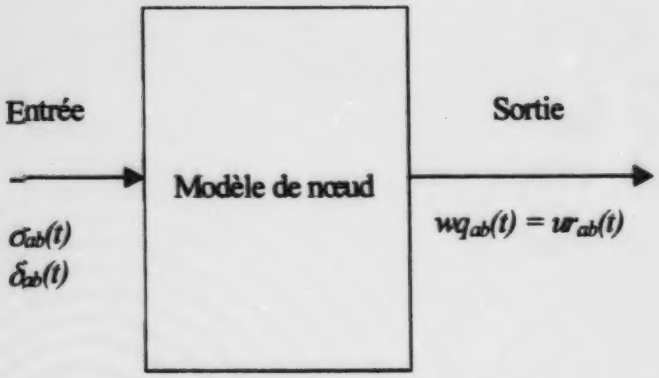


Figure 5 : Le modèle de nœud

Le problème est de répartir la ressource limitée de l'espace physique (C_a^s) des liens en aval de façon appropriée entre les véhicules qui s'apprêtent à quitter les liens en amont. Ce problème peut être formulé comme un problème d'optimisation où la fonction objective est de maximiser le flot total traversant le nœud et les contraintes sont les demandes et offres locales à ce nœud. Ce problème a été abordé entre autre dans Daganzo [14], Lebacque[21] et Adamo et al. [4]. Ces derniers ont proposé plusieurs modèles de nœuds possibles, dans cette section nous allons en présenter quelques uns, montrer les différences entre eux à l'aide d'exemples numériques.

4.3.1.1 Définitions et notations

Tout d'abord, notons que l'omission de l'argument t est intentionnelle et ce, dans un souci de clarté de l'exposition.

- Le courant (*Stream*) *ab* est défini comme étant le flot de l'ensemble des chemins contenant les liens *a* et *b* consécutivement et dans cet ordre.
- Pour un nœud i donné, Les ensembles A_i^+ et A_i^- sont respectivement les étoiles sortantes et entrantes de ce nœud.

L'étoile sortante A_i^+ du nœud i sera utilisée pour la définition des proportions de répartition des flots (α_{ab}) selon les demandes des liens en amont. L'étoile entrante A_i^- du

nœud i sera, quant à elle, utilisée pour la définition des proportions de répartition de l'offre (β_{ab}) des liens en aval. Le flot partiel sortant w_{ab} du lien a est toujours égal au flot partiel entrant u_{ab} au lien b. Nous avons donc, pour chaque paire d'ensembles de liens entrants et liens sortants, l'équation de conservation suivante :

$$w_{ab} = u_{ab} \text{ où } a \in A_i^-,\ b \in A_i^+ \tag{27}$$

Les offres et demandes de flot sont les valeurs d'entrée du modèle de nœud et doivent donc satisfaire les conditions suivantes :

$$\delta_a = \sum_{b \in A_i^+} \delta_{ab} \tag{28}$$

$$\sigma_b = \sum_{a \in A_i^-} \sigma_{ab} \tag{29}$$

Où i est le nœud connectant le lien a au lien b.

Nous pouvons aussi définir les matrices des demandes partielles, offres partielles et flots partiels de la façon suivante :

$$\Delta = \{\delta_{ab}\}_{\substack{a=1,..,n \\ b=1,..,m}} \quad \Sigma = \{\sigma_{ab}\}_{\substack{a=1,..,n \\ b=1,..,m}} \quad V = \{w_{ab}\}_{\substack{a=1,..,n \\ b=1,..,m}}$$

L'utilisation de V comme matrice des flots partiels est pour la différentier de la fonction du flot sortant cumulatif W définie à l'équation (26).

4.3.1.2 La fonction objectif

Le problème est donc de trouver la matrice V maximisant le flot total Z traversant le nœud i, ce qui peut être exprimé de la façon suivante :

$$\max Z = \sum_{a \in A_i^-} \sum_{b \in A_i^+} w_{ab} \tag{30}$$

Il faut ajouter à cette fonction objective, des contraintes pour représenter le fait que des flots pourraient avoir un avantage sur d'autres au niveau d'un nœud. Pour obtenir des solutions uniques du modèle de nœud, certains types de contraintes sont appliqués sur les valeurs des composantes de la matrice V. Certaines contraintes sont toujours nécessaires et sont donc présentes dans tous les modèles alors que d'autres peuvent être

appliquées ou non selon le type d'intersection que nous voulons représenter.

4.3.1.3 Les contraintes nécessaires

Les contraintes suivantes sont obligatoires et sont donc présentes dans tous les modèles de nœud :

- **Non négativité :** Les flots sur les liens sont toujours non- négatifs

$$w_{ab} \geq 0 \text{ où } a \in A_i^-,\ b \in A_i^+ \tag{31}$$

- **Flots vs demandes partielles :** Le flot allant de a vers b doit être inférieur ou égal à la demande partielle de a vers b, ce qui fixe une borne supérieure pour les éléments de V.

$$w_{ab} \leq \delta_{ab} \text{ où } a \in A_i^-,\ b \in A_i^+ \tag{32}$$

- **Flots vs offre totale :** Le flot total entrant dans le lien b doit être inférieur ou égal à l'offre totale du lien b, ce qui fixe une borne supérieure pour la somme des éléments de chaque colonne de V.

$$\sum_{a \in A_i^-} w_{ab} \leq \sigma_b \text{ où } b \in A_i^+ \tag{33}$$

4.3.1.4 Les contraintes optionnelles

Les contraintes suivantes sont optionnelles et leur utilisation dépend du type d'intersection modélisée :

- **L'offre avec la règle des proportions fixes :** Une autre borne supérieure pour les éléments de V et qui les force à être inférieurs aux offres partielles σ_{ab} des liens en aval. Pour un flot ab donné, la quantité β_{ab} représente la proportion de l'offre totale σ_b du lien b réservée au lien a. Les proportions fixes β_{ab} pourraient être calculées en fonction du nombre de voies entrantes dans un nœud, ou bien en fonction des capacités sur les flots sortants C_a^{out} des liens entrants dans un nœud donné. Les proportions β_{ab} satisfont par définition la contrainte suivante :

$$\sum_{a \in A_i^-} \beta_{ab} = 1 \text{ et } \beta_{ab} \geq 0 \text{ où } a \in A_i^-,\ b \in A_i^+ \qquad (34)$$

Les offres partielles σ_{ab} sont donc définies par :

$$\sigma_{ab} = \beta_{ab} \sigma_b \text{ où } a \in A_i^-,\ b \in A_i^+ \qquad (35)$$

Le flot sortant du lien a vers le lien b doit donc être inférieur à la demande partielle de ce dernier pour le lien a :

$$w_{ab} \leq \sigma_{ab} \text{ où } a \in A_i^-,\ b \in A_i^+ \qquad (36)$$

Considérons l'exemple de la Figure 6 :

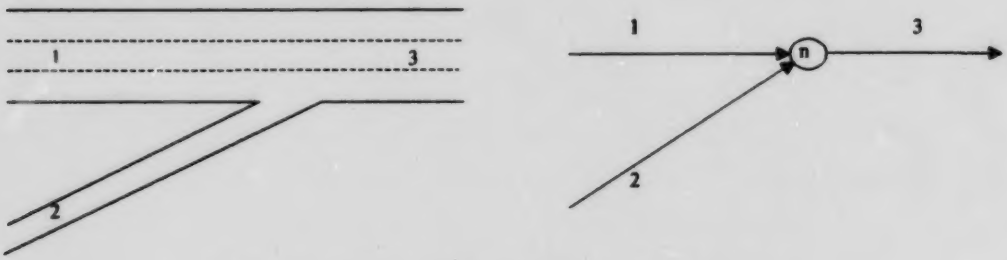


Figure 6 : Intersection avec fusion de deux liens

Si nous calculons les proportions de l'offre totale du lien 3 en fonction du nombre de voies, leur valeur sera la suivante :

$$\beta_{13} = \frac{\text{nombre de voies du lien 1}}{\text{nombre total des voies entrant le noeud } n} = \frac{3}{4}$$

$$\beta_{23} = \frac{\text{nombre de voies du lien 2}}{\text{nombre total des voies entrant le noeud } n} = \frac{1}{4}$$

Si la valeur de l'offre totale du lien 3 est égale à 2000 véh/h, les valeurs des offres partielles seront calculées comme suit :

$$\sigma_{13} = \beta_{13} \cdot \sigma_3 = \left(\frac{3}{4}\right) \cdot 2000 = 1500(veh/h)$$

$$\sigma_{23} = \beta_{23} \cdot \sigma_3 = \left(\frac{1}{4}\right) \cdot 2000 = 500(veh/h)$$

- **L'offre avec la règle des proportions variables :** Ces contraintes sont équivalentes à celles avec les proportions fixes. La seule différence est que les proportions β_{ab} sont calculées en fonction des demandes partielles et donc varient dans le temps. Une des formulations possibles est la suivante :

$$\beta_{ab} = \frac{\delta_{ab}}{\sum_{\sigma \in A_i^-} \delta_{ab}} \tag{37}$$

Si nous considérons encore une fois, l'exemple de la Figure 6, où les valeurs des demandes partielles sont les suivantes :

$$\delta_{13} = 800(veh/h) \text{ et } \delta_{23} = 200(veh/h)$$

Les valeurs des proportions de l'offre totale sont :

$$\beta_{13} = \frac{\delta_{13}}{\delta_{13} + \delta_{23}} = \frac{800}{1000} = \frac{4}{5}$$

$$\beta_{23} = \frac{\delta_{23}}{\delta_{13} + \delta_{23}} = \frac{200}{1000} = \frac{1}{5}$$

Avec une offre totale égale à 2000 véh/h pour le lien 3, les valeurs des offres partielles seront calculées comme suit :

$$\sigma_{13} = \beta_{13} \cdot \sigma_3 = \left(\frac{4}{5}\right) \cdot 2000 = 1600(veh/h)$$

$$\sigma_{23} = \beta_{23} \cdot \sigma_3 = \left(\frac{1}{5}\right) \cdot 2000 = 400(veh/h)$$

- **La règle FIFO au niveau des nœuds :** Ces contraintes garantissent que le flot partiel w_{ab} du lien a au lien b relatif au flot total sortant du lien a, est égal au ratio de la demande partielle δ_{ab} sur la demande totale du lien a, ce qui revient à avoir le respect de FIFO sur le lien a. La quantité α_{ab} peut donc être définie comme suit :

$$\alpha_{ab} = \frac{\delta_{ab}}{\sum_{b \in A_i^+} \delta_{ab}} = \frac{\delta_{ab}}{\delta_a} \text{ où } a \in A_i^-,\ b \in A_i^+ \qquad (38)$$

La contrainte est la suivante :

$$w_{ab} = \alpha_{ab} \cdot \sum_{b \in A_i^+} w_{ab} = \alpha_{ab} . w_a \text{ où } a \in A_i^-,\ b \in A_i^+ \qquad (39)$$

- **La règle des proportions fixes avec réaffectation de l'offre excédentaire :** Ce type de contraintes peut être utilisé au lieu des contraintes avec la règle des proportions fixes et nous permet de réaffecter l'offre inutilisée (excédentaire) au(x) lien(s) entrant(s) dont la demande n'a pas été complètement satisfaite. Ces contraintes couplées avec celles de la règle de FIFO peuvent résulter en un modèle plus compliqué où des flots fusionnant au lien b peuvent être affectés par des flots fusionnant dans d'autres liens. Ce type de contraintes n'a été utilisé dans aucun des modèles de nœuds implantés. Le lecteur est référé à Adamo et al. [4] pour de plus amples détails sur les modèles utilisant ce type de contraintes.

4.3.1.5 Les modèles de nœud implantés

Adamo et al. [4] ont proposé 8 modèles possibles de nœuds déterminés en appliquant ou pas les différentes contraintes optionnelles mentionnées ci-haut. Parmi ces modèles, nous avons décidé d'en implanter deux et ce, en se basant sur les critères suivants :

- Le modèle implanté doit respecter la règle de FIFO. En fait, la méthode de résolution du problème de chargement des réseaux utilisée ne permet pas d'envoyer des flots qui violent la règle de FIFO (plus d'explications seront données quand cette méthode sera introduite).
- Pour partager l'offre des liens sortants entre les liens entrants, le modèle doit utiliser des proportions β fixes ou temporelles (en fonction des demandes partielles).
- Le modèle de nœud doit être simple et ce, pour faciliter l'analyse des résultats du modèle de chargement des réseaux. Les contraintes qui permettent de réaffecter l'offre supplémentaire (inutilisée) ne sont pas du genre à simplifier cette tâche.

Une fois ces critères déterminés, les seuls modèles proposés par Adamo et al. [4] qui les satisfont sont les modèles G2 et G4. Dans ce qui suit, nous énoncerons les deux modèles implantés. Par la suite, nous donnerons quelques exemples numériques pour comparer leurs résultats.

a) Le modèle de nœud G2

Le modèle G2 est obtenu en imposant le respect de FIFO au niveau des nœuds (contraintes 38 et 39) et en utilisant des valeurs fixes des proportions β avec les contraintes 34, 35 et 36. Dans le modèle implanté, les valeurs fixes des proportions β sont calculées à partir des capacités sur le flot de sortie C_a^{out}.

Ce modèle peut être exprimé de la façon suivante :

$$\max Z = \sum_{a \in A_i^-} \sum_{b \in A_i^+} w_{ab}$$

$$w_{ab} \geq 0 \qquad \text{où } a \in A_i^-,\ b \in A_i^+$$

$$w_{ab} \leq \delta_{ab} \qquad \text{où } a \in A_i^-,\ b \in A_i^+$$

$$w_{ab} \leq \sigma_{ab} \qquad \text{où } a \in A_i^-,\ b \in A_i^+$$

$$w_{ab} = \alpha_{ab} \cdot \sum_{b \in A_i^+} w_{ab} = \alpha_{ab} . w_a \qquad \text{où } a \in A_i^-,\ b \in A_i^+$$

Comme il est montré dans Adamo et al. [4], la solution de ce problème est triviale et peut être trouvée analytiquement comme suit :

À l'aide de (39), il est possible de réécrire le problème sous la forme suivante :

$$\max Z = \sum_{a \in A_i^-} w_a$$

$$\alpha_{ab} \cdot w_a \geq 0 \qquad \text{où } a \in A_i^-,\ b \in A_i^+$$

$$\alpha_{ab} \cdot w_a \leq \delta_{ab} \qquad \text{où } a \in A_i^-,\ b \in A_i^+$$

$$\alpha_{ab} \cdot w_a \leq \sigma_{ab} \qquad \text{où } a \in A_i^-,\ b \in A_i^+$$

Ce qui est aussi équivalent au problème suivant :

$$\max Z = \sum_{a \in A_i^-} w_a$$

$$\alpha_{ab} \cdot w_a \geq 0 \qquad \text{où } a \in A_i^-,\ b \in A_i^+$$

$$w_a \leq \frac{\delta_{ab}}{\alpha_{ab}} \qquad \text{où } a \in A_i^-,\ b \in A_i^+$$

$$w_a \leq \frac{\sigma_{ab}}{\alpha_{ab}} \qquad \text{où } a \in A_i^-,\ b \in A_i^+$$

Et finalement, nous pouvons écrire :

$$\max Z = \sum_{a \in A_i^-} w_a$$

$$\alpha_{ab} \cdot w_a \geq 0 \qquad \text{où } a \in A_i^-,\ b \in A_i^+$$

$$w_a \leq \underset{b \in A_i^+}{Min}\left(\frac{\delta_{ab}}{\alpha_{ab}}\right) \qquad \text{où } a \in A_i^-$$

$$w_a \leq \underset{b \in A_i^+}{Min}\left(\frac{\sigma_{ab}}{\alpha_{ab}}\right) \qquad \text{où } a \in A_i^-$$

Il est clair que les valeurs de w_a sont bornées supérieurement par les quantités $\underset{b \in A_i^+}{Min}\left[\frac{\sigma_{ab}}{\alpha_{ab}}\right]$ et $\underset{b \in A_i^+}{Min}\left[\frac{\delta_{ab}}{\alpha_{ab}}\right]$ et donc nous pouvons écrire :

$$w_a = Min\left[\underset{b \in A_i^+}{Min}\left[\frac{\sigma_{ab}}{\alpha_{ab}}\right], \underset{b \in A_i^+}{Min}\left[\frac{\delta_{ab}}{\alpha_{ab}}\right]\right]$$

et

$$w_{ab} = \alpha_{ab} . Min\left[\underset{b \in A_i^+}{Min}\left[\frac{\sigma_{ab}}{\alpha_{ab}}\right], \underset{b \in A_i^+}{Min}\left[\frac{\delta_{ab}}{\alpha_{ab}}\right]\right]$$

Ceci nous donne après comme expression pour la solution optimale :

$$w_{ab} = \delta_{ab} . Min\left[\underset{b \in A_i^+}{Min}\left[\frac{\sigma_{ab}}{\delta_{ab}}\right], 1\right] \qquad (40)$$

Exemple numérique

Considérons le réseau de la Figure 7 :

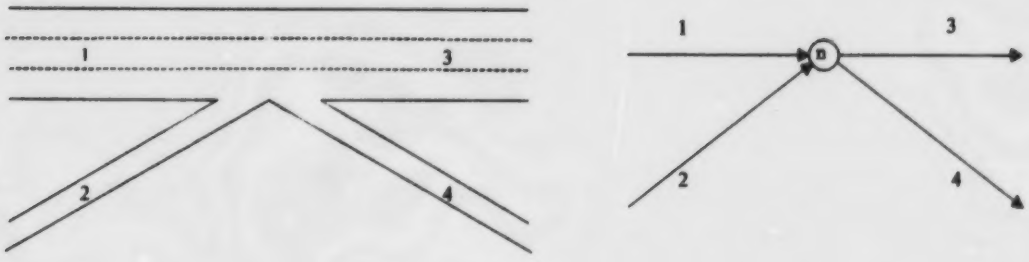


Figure 7 : Intersection avec 2 deux liens entrants et deux liens sortants

Supposons les valeurs suivantes :

Capacité sur les flots sortants : $C_1^{out} = 1800(veh/h)$, $C_2^{out} = 600(veh/h)$

Offres : $\sigma_3 = 400(veh/h)$, $\sigma_4 = 100(veh/h)$

Demandes partielles : $\delta_{13} = 100(veh/h)$, $\delta_{23} = 500(veh/h)$

$\delta_{14} = 50(veh/h)$, $\delta_{24} = 100(veh/h)$

Nous pouvons donc calculer les proportions β à l'aide de l'équation suivante :

$$\beta_{ab} = \frac{C_a^{out}}{\sum_{a \in A_i^-} C_a^{out}} \qquad (41)$$

Ceci nous donne comme valeurs :

$$\beta_{13} = 0.75 \text{ , } \beta_{23} = 0.25 \text{ , } \beta_{14} = 0.75 \text{ , } \beta_{24} = 0.25$$

L'équation (35) nous donne les valeurs des offres partielles suivantes :

σ_{13} = 300 véh/h, σ_{23} = 100 véh/h, σ_{14} = 75 véh/h et σ_{24} = 25 véh/h

Finalement, l'équation (40) nous donne les flots optimaux :

w_{13} = 100 véh/h, w_{23} = 100 véh/h, w_{14} = 50 véh/h et w_{24} = 20 véh/h

Pour un flot total optimal de $Z_{optimal}$ = 270 véh/h

Ce modèle maximise donc les flots passant par un nœud donné si les contraintes de FIFO au niveau des nœuds sont appliquées et si des valeurs fixes des proportion β sont utilisées. Ce dernier facteur fait en sorte que ce modèle ne réaffecte pas l'offre excessive inutilisée par un lien donné aux autres liens entrants.

b) Le modèle de nœud G4

La seule différence entre le modèle G4 et le modèle G2 (énoncé ci-haut) est que les proportions β ne sont plus fixes et varient donc dans le temps. L'équation (37) est donc ajoutée aux contraintes du problème G2. Pour résoudre ce problème, il suffit de remplacer σ_{ab} dans l'expression (40) de la solution optimale de G2 par $\sigma_b.\beta_{ab}$ (équation 35), ce qui nous donne la solution optimale suivante :

$$w_{ab} = \delta_{ab}.Min\left[\underset{b\in A_i^+}{Min}\left[\frac{\sigma_b}{\sum_{a\in A_i^-}\delta_{ab}}\right],1\right] \qquad (42)$$

Exemple numérique

Considérons le même réseau que celui de l'exemple précédent et supposons les valeurs suivantes (identiques à l'exemple précédent):

Capacité sur les flots sortants : $C_1^{out} = 1800(veh/h)$, $C_2^{out} = 600(veh/h)$

Offres : $\sigma_3 = 400(veh/h)$, $\sigma_4 = 100(veh/h)$

Demandes partielles : $\delta_{13} = 100(veh/h)$, $\delta_{23} = 500(veh/h)$

$\delta_{14} = 50(veh/h)$, $\delta_{24} = 100(veh/h)$

Nous pouvons donc calculer les proportions β à l'aide de l'équation (43) :

$$\beta_{ab} = \frac{\delta_{ab}}{\sum_{a \in A_i^-} \delta_{ab}} \tag{43}$$

Ceci nous donne comme valeurs :

$$\beta_{13} = 1/6 \, , \, \beta_{23} = 5/6 \, , \, \beta_{14} = 1/3 \, , \, \beta_{24} = 2/3$$

L'équation (35) nous donnent les valeurs des offres partielles suivantes :

σ_{13} = 66.6 véh/h, σ_{23} = 333.3 véh/h, σ_{14} = 33.3 véh/h et σ_{24} = 66.6 véh/h

Finalement, l'équation (42) nous donne les flots optimaux :

w_{13} = 66.6 véh/h, w_{23} = 333.3 véh/h, w_{14} = 33.3 véh/h et w_{24} = 66.6 véh/h

Pour un flot total optimal de $Z_{optimal}$ = 500 véh/h

Le modèle G4 donne des solutions optimales maximisant les flots passant par un nœud donné, dans le cas où les contraintes de FIFO au niveau des nœuds sont considérées et que des valeurs variables des proportions β sont utilisées. De plus, il permet la réaffectation de l'offre excédentaire, ce qui explique, entre autres, le fait que la solution fournie par le modèle G4 ($Z_{optimal}$ = 500 véh/h) est meilleure que celle donnée par le modèle G2 ($Z_{optimal}$ = 270 véh/h). Cependant, il faut se rappeler que, même si le même exemple numérique est résolu par les deux modèles, ce ne sont pas les mêmes intersections qui sont modélisées dans les deux cas.

4.3.1.6 Le choix du modèle de nœud

Le choix du modèle de nœud est donc très important et peut avoir des répercussions

significatives sur les résultats obtenus et ce, en terme de flots et de durées de déplacement. En effet, un mauvais choix de modèle de nœud pourrait faire la différence entre avoir de la congestion sur un lien donné ou un autre. Si on considère le phénomène de débordement des files d'attentes, les résultats peuvent différer énormément d'un modèle à l'autre. Il est donc important que chaque intersection ait un attribut relatif à son type, ce qui permettrait l'utilisation du modèle de nœud approprié lorsqu'il faut déterminer les valeurs des flots passant par cette intersection. Nous verrons aussi plus tard que le modèle de nœud peut influencer les résultats obtenus par les modèles d'affectation dynamique du traffic.

4.3.2 Le modèle de lien

Le modèle de lien a comme tâche d'établir les valeurs des offres et demandes partielles au temps t^* en fonction des patrons des flots entrants aux temps t ($t \leq t^*$). Il est possible donc de représenter le modèle de lien par le diagramme suivant :

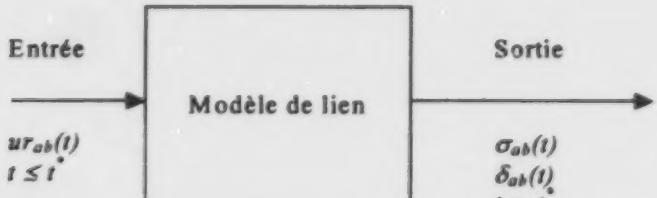


Figure 8 : Le modèle de lien

Comme nous avons vu auparavant, le modèle proposé entre autre par Astarita [5] et représenté par le système d'équations (15) est incapable de reproduire le débordement des files d'attente dû au manque d'espaces dans les liens en aval. Ce modèle a donc été modifié de façon à pouvoir inclure ces débordements de files d'attente. La première différence est que le lien est supposé être composé de deux sections :

1. **Section de déplacement :** Elle représente la partie non congestionnée du lien. Au temps t, la durée de déplacement sur cette section ne dépend que du nombre de véhicules présents sur elle seulement. Si cette durée de déplacement dépend aussi du nombre de véhicules sur la section d'attente, il y aura une incohérence dans le modèle. Plus d'explications sur ce point seront données en temps opportun.
2. **Section d'attente :** Elle représente la partie congestionnée du lien. Cette section sert à retenir les véhicules incapables de sortir du lien à cause d'un problème d'offre des liens en aval ou d'une demande supérieure à la capacité sur les flots sortants. Tel qu'expliqué dans la section (4.2), la durée de déplacement sur cette section ne peut être exprimée explicitement, car elle dépend des conditions du flot dans les liens en aval.

Par souci de simplicité, le modèle sera énoncé et expliqué, en premier lieu, pour un réseau linéaire (un seul chemin), avant d'être présenté sous une forme générale.
Considérons le réseau linéaire de la Figure 9 :

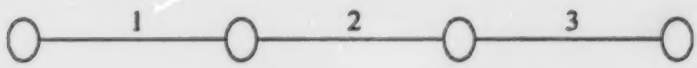


Figure 9 : Réseau linéaire

Le modèle pour ce réseau à un seul chemin est le suivant :

Section de déplacement

$$\begin{cases} \dfrac{dxr_a(t)}{dt} = ur_a(t) - wr_a(t) & (44) \\ \tau_{ra}(t) = T_a(xr_a(t)) & (45) \\ wr_a(t + \tau_{ra}(t)) = \dfrac{ur_a(t)}{1 + \dfrac{d\tau_{ra}(t)}{dt}} & (46) \end{cases}$$

Section d'attente

$$\begin{cases} \dfrac{dxq_a(t)}{dt} = uq_a(t) - wq_a(t) & (47) \\ uq_a(t) = wr_a(t) & (48) \\ wq_a(t) = \min\left(\delta_a(t), \sigma_{a+}(t)\right) & (49) \end{cases}$$

Demande et offre

$$\begin{cases} \delta_a(t) = wr_a(t) \text{ si } xq_a(t) = 0 \text{ et } wr_a(t) < C_a^{out} & \\ \delta_a(t) = C_a^{out} \quad \text{sinon} & (50) \\ \sigma_a(t) = C_a^{in} \qquad \text{si } xr_a(t) + xq_a(t) < C_a^S & \\ \sigma_a(t) = \min\left(wq_a(t), C_a^{in}\right) \text{ si } xr_a(t) + xq_a(t) \geq C_a^S & (51) \end{cases}$$

Stockage et non négativité

$$\begin{cases} xr_a(t) + xq_a(t) \leq C_a^S & (52) \\ xr_a(t), xq_a(t), ur_a(t), uq_a(t), wr_a(t), wq_a(t) \geq 0 & (53) \end{cases}$$

Les équations (44) et (47) représentent la conservation des flots. L'équation (45) est la fonction de durée de déplacement. L'équation (46) donne le flot sortant. Il faut noter que le flot sortant de la section de déplacement n'est pas borné supérieurement puisque le flot est toujours autorisé à quitter la section de déplacement. L'équation (48) établit que le flot entrant dans la section d'attente est égal au flot sortant de la section de déplacement. L'équation (49) est le modèle de nœud pour ce réseau linéaire. Elle établit le flot sortant de la section d'attente comme étant le minimum entre la demande de cette section et l'offre du lien en aval. L'équation (50) établit que la demande, en absence d'une file d'attente, est simplement le flot sortant de la section de déplacement limité par la capacité C_a^{out} sur le flot sortant. En présence d'une file d'attente, la demande prend simplement la valeur de la capacité sur le flot sortant C_a^{out}. L'équation (51) établit que la valeur de l'offre totale d'un lien est égale à la valeur C_a^{in}, ou bien quand le lien est saturé, elle est égale au flot total sortant de la section d'attente.

Il est important de noter que les deux sections n'ont pas la même dynamique :

- **Section de déplacement :** C'est la fonction de durée de déplacement qui contrôle ce

qui se passe sur cette section. Le flot sortant est calculée (en imposant la règle de FIFO) en fonction du flot entrant et de la durée de déplacement (équation 46).

- **Section d'attente :** C'est le flot autorisé à sortir du lien qui contrôle cette section. Ce flot peut dépendre des conditions du trafic dans les liens en aval. La durée de déplacement ne peut donc être déterminée au temps où le véhicule entre dans cette section et dépend des patrons des flots entrants et sortants. Cette durée peut par contre être calculée en imposant la règle FIFO (équation 24).

Dans le cas de réseaux avec destinations multiples, le modèle peut être formulé de la façon suivante :

Section de déplacement

$$\begin{cases} \dfrac{dxr_a^k(t)}{dt} = ur_a^k(t) - wr_a^k(t) & a \in A, k \in K \quad (54) \\ \tau_{ra}(t) = T_a(xr_a(t)) & a \in A \quad (55) \\ wr_a^k(t+\tau_{ra}(t)) = \dfrac{ur_a^k(t)}{1+\dfrac{d\tau_{ra}(t)}{dt}} & a \in A, k \in K \quad (56) \\ xr_a(t) = \sum_{k \in K} xr_a^k(t) \cdot \Delta_{ak} & a \in A \quad (57) \\ ur_a(t) = \sum_{k \in K} ur_a^k(t) \cdot \Delta_{ak} & a \in A \quad (58) \\ wr_a(t) = \sum_{k \in K} wr_a^k(t) \cdot \Delta_{ak} & a \in A \quad (59) \end{cases}$$

L'équation (56) garantit le respect des proportions des flots sur les différents chemins. Les autres systèmes d'équations sont les suivants :

Section d'attente

$$\begin{cases} \dfrac{dxr_a^k(t)}{dt} = ur_a^k(t) - wr_a^k(t) & a \in A, k \in K \quad (60) \\ uq_a^k(t) = wr_a^k(t) & a \in A, k \in K \quad (61) \\ xq_a(t) = \sum_{k \in K} xq_a^k(t) \cdot \Delta_{ak} & a \in A \quad (62) \\ uq_a(t) = \sum_{k \in K} uq_a^k(t) \cdot \Delta_{ak} & a \in A \quad (63) \\ wq_a(t) = \sum_{k \in K} wq_a^k(t) \cdot \Delta_{ak} & a \in A \quad (64) \\ Uq_a(t) = Wq_a\left(t + \tau_{qa}(t)\right) & a \in A \quad (65) \\ Wq_a^k\left(t + \tau_{qa}(t)\right) = \dfrac{uq_a^k(t)}{1 + \dfrac{d\tau_{qa}(t)}{dt}} & a \in A, k \in K \quad (66) \end{cases}$$

Demande et offre

$$\begin{cases} \delta_a(t) = wr_a(t) \text{ si } xq_a(t) = 0 \text{ et } wr_a(t) < C_a^{out} & \\ \delta_a(t) = C_a^{out} \quad \text{sinon} & (50) \\ \sigma_a(t) = C_a^{in} \quad \text{si } xr_a(t) + xq_a(t) < C_a^S & \\ \sigma_a(t) = \min\left(wq_a(t), C_a^{in}\right) \text{ si } xr_a(t) + xq_a(t) \geq C_a^S & (51) \end{cases}$$

Stockage et non négativité

$$\begin{cases} xr_a(t) + xq_a(t) \leq C_a^S & (52) \\ xr_a(t), xq_a(t), ur_a(t), uq_a(t), wr_a(t), wq_a(t) \geq 0 & (53) \end{cases}$$

Où les éléments de la matrice Δ sont définis comme suit :

$\Delta_{ak} = 0$ si $a \notin k$ (le chemin k ne passe pas par le lien a)

$\Delta_{ak} = 1$ si $a \in k$ (le chemin k passe par le lien a)

L'équation (60) est celle de la conservation du flot sur la section d'attente pour chaque chemin. Les flots entrants cette section sont donnés à partir de la section de déplacement (61), alors que les flots sortants sont donnés par le modèle de nœud. L'équation (65) est celle de FIFO, elle détermine la durée de déplacement sur la section d'attente et aussi la bonne proportion de composition du flot et ce, à l'aide de l'équation (66). Les autres équations établissent l'offre et la demande totales et assurent que la capacité de stockage du lien n'est jamais dépassée. Les dernières équations sont des équations de non négativité.

Il s'avère que l'ensemble des équations de ce modèle est assez grand et ne peut donc être résolu analytiquement sauf pour des cas triviaux. Ceci étant dit, des méthodes approximatives ont été proposées dans la littérature pour la résolution de ce modèle. Dans la prochaine section, nous introduirons trois de ces méthodes-ci en accordant une attention particulière à celle qui a été implantée dans le cadre de cette étude et dont les détails seront expliqués à l'aide de pseudo-codes des principales procédures, d'exemples numériques, de résultats des tests,...

CHAPITRE 5

LES MÉTHODES DE SOLUTION DU MODÈLE PROPOSÉ

Le modèle de chargement dynamique des réseaux proposé pourrait être résolu par trois méthodes qui différent les unes des autres par les résultats qu'elles produisent ainsi que par leur applicabilité dans des réseaux réels.

5.1 L'approche point paquet

Présentée dans Adamo et al. [1], cette méthode est capable de reproduire la propagation du flot sans violation de la règle du FIFO et ce, même pour des réseaux à multiples destinations. Les paquets (groupes) de véhicules sont représentés sur le réseau par des points. Leur durée de déplacement dépend du trafic sur le lien en question et des paquets eux-mêmes. Ces durées de déplacements sont établies au moment où les paquets atteignent le début des liens. C'est pour cette raison que cette approche ne peut être appliquée telle quelle car, même si elle reproduit adéquatement les effets des goulots dans les réseaux, elle est incapable de reproduire les débordements des files d'attentes aux liens en amont.

5.2 L'approche numérique

Présentée dans Adamo et al. [3], cette méthode considère la version discrétisée dans le temps du problème de chargement des réseaux. La méthode des différences finies est

appliquée pour résoudre le système des équations différentielles du modèle analytique. La discrétisation du temps est commune pour tous les liens, les valeurs de toutes les variables au temps $t = t_i$ (où $t_i = i \cdot \Delta t$), sont obtenues en fonction des valeurs de ces mêmes variables aux temps (où $j < i$). Adamo et al. [3] font remarquer que la discrétisation des équations représentant la section de déplacement est plus difficile que celle de la section d'attente et ce, pour la raison suivante :

La fonction de sortie du lien est formulée dans le modèle analytique comme suit :

$$wr\left(t + \tau_r(t)\right) = \frac{ur(t)}{1 + \frac{d\tau_r(t)}{dt}}$$

Le flot sortant est donc obtenu pour des instants qui ne correspondent pas aux temps $t = i \cdot \Delta t$ et avec des délais dépassant Δt. Il est donc nécessaire de construire une matrice dont les éléments sont les valeurs de $ur(t)$ pour pouvoir obtenir les valeurs du flot sortant à des temps subséquents. De plus, si plusieurs chemins passent par un arc donné, les valeurs des flots partiels et des nombres de véhicules doivent être aussi gardées en mémoire. Adamo et al. [3] font remarquer que cette méthode est plus compliquée que la solution utilisant le modèle de transmission des cellules, car l'état du système au temps t_i dépend non seulement de son état au temps t_{i-1}, mais aussi de son état aux temps t_j (où $j < i$). Cette méthode est donc très difficile à appliquer pour des réseaux de taille réelle, car son utilisation nécessiterait des ressources informatiques gigantesques.

5.3 L'approche approximative

Nous avons vu que la méthode des différences finies utilisée pour représenter le réseau avec une discrétisation du temps commune pour tous les liens peut difficilement être appliquée pour des réseaux réels en raison des énormes ressources informatiques requises. Une méthode approximative a été présentée dans Adamo et al. [2]. Elle est

basée sur une discrétisation différente pour chaque lien et donne des résultats raisonnablement proches des vraies solutions tout en garantissant la conservation des véhicules. Puisque c'est cette méthode de solution que nous avons décidé d'implanter, nous expliquerons les détails de cette méthode et nous indiquerons les différences entre la méthode proposée dans la littérature et la version que nous avons implantée.

5.3.1 Idée de base

La méthode est en fait une simulation basée sur des événements. Lors de la simulation, à chaque fois qu'un événement se produit, la procédure qui lui est associée est exécutée. L'idée est de modéliser le réseau avec des flots constants entre chaque paire d'événements consécutifs donc, les flots ne sont changés que lors des événements. Considérons tout d'abord, un réseau simplifié avec seulement des sections de déplacement. Chaque lien a possède sa propre discrétisation du temps et, durant chaque intervalle de temps, le flot entrant dans ce lien peut varier alors que son flot sortant est toujours constant. La demande des origines vers les destinations est définie sur l'intervalle $[0,T]$. Tous les liens sont donc vides au temps $t = 0$, ce qui donne un flot nul sortant du lien pendant l'intervalle $[0,\tau_{ra}(0)]$. Le deuxième événement pour ce lien aura lieu au temps $\tau_{ra}(0)$; le troisième au temps $\tau_{ra}(\tau_{ra}(0))$; le quatrième au temps $\tau_{ra}(\tau_{ra}(\tau_{ra}(0)))$ et ainsi de suite.

En posant $t_n = t_{n-1} + \tau_{ra}(t_{n-1})$, la séquence des intervalles du temps d'un lien donné est :

$$[t_0,t_1][t_1,t_2][t_2,t_3][t_3,t_4]...$$

Le modèle analytique nous donne ce qui suit :

$$\tau_{ra}(t_n) = T_{ra}(xr_a(t_n))$$

Donc, la seule information requise pour pouvoir évaluer la durée de déplacement au temps t_n est $xr_a(t_n)$ qui n'est autre que le trafic entré dans le lien a pendant l'intervalle $[t_{n-1},t_n]$. La méthode profite de cette propriété récursive, ce qui lui évite d'avoir à

stocker l'information sur le patron du flot entrant pendant l'intervalle $[t_{n-1}, t_n]$.

Pour ce qui est du flot sortant du lien *a*, dans le modèle analytique, il a un patron variable selon la formule suivante :

$$wr_a(t + \tau_{ra}(t)) = \frac{ur_a(t)}{1 + \frac{d\tau_{ra}(t)}{dt}}$$

La procédure approximative évalue le flot sortant de *a* comme étant égal à la moyenne du flot sortant « analytique » pendant cet intervalle et ce, en utilisant la formule suivante :

$$\overline{wr_a}[t_n, t_{n+1}] = \frac{xr_a(t_n)}{\tau_{ra}(t_n)}$$

Dans le cas de plusieurs chemins

$$\overline{wr_a^k}[t_n, t_{n+1}] = \frac{xr_a^k(t_n)}{\tau_{ra}(t_n)} \qquad k \in \mathrm{K} \tag{71}$$

La raison de cette approximation est la suivante : le trafic au temps t_n est $xr_a(t_n)$ et seulement ce trafic quittera le lien pendant l'intervalle $[t_n, t_{n+1}]$ à cause du respect de FIFO.

Donc, à un instant t_n relatif au lien *a*, la procédure associée à la section de déplacement évalue donc $xr_a(t_n)$, le nombre de véhicules entrés dans cette section pendant l'intervalle $[t_{n-1}, t_n]$, puis évalue $\tau_{ra}(t_n) = T_{sa}(xr_a(t_n))$, la durée de déplacement de tous ces véhicules et finalement établit la valeur du flot sortant en utilisant l'équation (71). Il faut noter aussi qu'un événement de déchargement est généré pour le temps $t = t_{n+1} = t_n + \tau_{ra}(t_n)$.

Pour ce qui est des sections d'attente, comme c'est le cas pour les sections de déplacement, une séquence d'intervalles $[t_n, t_{n+1}]$ leur est associée aussi. La différence

est que la formule $t_{n+1} = t_n + \tau_{qa}(t_n)$ ne donne qu'une estimation de la fin de l'intervalle. Il faut rappeler que, dans le modèle analytique, la durée de déplacement sur la section d'attente n'est pas connue au moment où les véhicules entrent dans cette section, car il peut dépendre des conditions du trafic aux liens en aval. Lors de la simulation, au temps t_n, une estimation de la durée de déplacement sur la section d'attente du lien a est évaluée en utilisant la valeur du flot sortant à ce temps comme suit :

$$\tau_{qa}(t_n) = \frac{xq_a(t_n)}{wq_a(t_n)}$$

Si pour une raison donnée (modèle de nœud, feux de signalisation, changement dans les conditions du trafic dans les liens en aval) la valeur du flot sortant change au temps t_{1*}, l'estimateur de la durée de déplacement sur la section d'attente sera corrigé de la façon suivante :

Pendant l'intervalle $[t_n, t_{1*}]$, le nombre de véhicules ayant quitté la section d'attente est égal à $[wq_a(t_n)\cdot(t_{1*} - t_n)]$. Donc, le nombre de véhicules encore présents sur cette section est $xq_a(t_n) - [wq_a(t_n)\cdot(t_{1*} - t_n)]$. Si, dorénavant, le flot sortant de la section d'attente est de $wq_a(t_{1*})$, la durée nécessaire pour le déchargement de cette section est de $\frac{xq_a(t_n) - [wq_a(t_n)\cdot(t_{1*} - t_n)]}{wq_a(t_{1*})}$. Pour avoir la nouvelle estimation de la durée de déplacement, il faut ajouter la durée écoulée depuis le début du déchargement, ce qui donne l'expression suivante :

$$\tau_{qa}(t_n) = (t_{1*} - t_n) + \frac{xq_a(t_n) - [wq_a(t_n)\cdot(t_{1*} - t_n)]}{wq_a(t_{1*})}$$

De la même façon, si le flot sortant avait à changer encore une fois au temps t_{2*}, la correction se ferait comme suit :

$$\tau_{qa}(t_n) = (t_{2*} - t_n) + \frac{xq_a(t_n) - [wq_a(t_n)\cdot(t_{1*} - t_n)] - [wq_a(t_{1*})\cdot(t_{2*} - t_{1*})]}{wq_a(t_{2*})}$$

Et ainsi de suite, chaque changement dans le flot sortant de la section d'attente

engendrera une correction de l'estimateur de la durée de déplacement. Dans la simulation, à chaque correction de l'estimateur, l'événement de déchargement de la section d'attente prévu pour le lien en question est annulé et un nouvel événement est généré pour le nouveau temps estimé. C'est seulement quand la simulation arrivera à ce moment-là que l'estimateur de la durée de déplacement deviendra la vraie valeur de la durée de déplacement.

5.3.2 Procédures de mise à jour

Il est clair que la discrétisation du temps est différente pour chaque lien, c'est pour cette raison que deux procédures spéciales de mise à jour sont utilisées.

5.3.2.1 Mise à jour vers l'avant

Si cette procédure est appelée lors d'un événement de déchargement de la section de déplacement, le nombre de véhicules qui ont quitté cette section est évalué et ces derniers sont transférés au compteur c_q de la section d'attente de ce lien s'il y a une file d'attente ou aux compteurs c_r des sections de déplacement des liens en aval. Sinon, si cette procédure est appelée lors d'un événement de déchargement de la section d'attente, le nombre de véhicules qui ont quitté cette section est évalué et ces derniers transférés aux compteurs des liens en aval. Si elle est appelée d'ailleurs, une mise à jour vers l'avant est effectuée pour la section de déplacement et aussi pour la section d'attente s'il y a lieu.

5.3.2.2 Mise à jour vers l'arrière

Si cette procédure est appelée lors d'un événement de déchargement de la section de déplacement d'un lien donné, une mise à jour vers l'avant est effectuée pour chaque lien en amont. Ainsi, si un lien en amont contient une file d'attente, une mise à jour vers l'avant de sa section d'attente est effectuée. S'il n'y a pas de file d'attente, alors c'est sa section de déplacement qui est touchée par la mise à jour vers l'avant. Si la procédure de

mise à jour vers l'arrière est appelée lors du déchargement de la section d'attente d'un lien, alors une mise à jour vers l'avant est effectuée pour sa section de déplacement.

5.3.3 Mécanisme de la simulation

Étant donné que la méthode de solution implantée est une simulation basée sur des événements, il fallait avoir un mécanisme qui gère les évènements (*Event Manager*). Un simple mécanisme a été implanté en Java. Ce mécanisme est une version simplifiée de celui implanté dans *SIMOD* [22], une librairie de simulation développée en langage Modula-2 à l'université de Montréal par le professeur L'Ecuyer. Notre mécanisme est basé sur une liste d'évènements triée par ordre croissant du temps prévu de ces derniers, en utilisant la classe (*java.util.LinkedList*). Avec ce mécanisme, il est donc possible d'effectuer les opérations suivantes :

Prévoir un événement : L'évènement en question est inséré à la position appropriée dans la liste triée d'évènements selon le temps où il est prévu. Ainsi, la liste des évènements est toujours gardée triée.

Annuler un événement : La liste triée des évènements est parcourue pour trouver l'événement en question et l'enlever de cette liste. Si l'événement à annuler n'est pas trouvé, rien n'est effectué et la simulation continue de rouler.

Exécuter un événement : À chaque événement est associée une procédure. Celle associée à l'événement en question est exécutée.

Dans notre implantation, nous faisons une distinction entre les événements et les procédures de la façon suivante :

-Quand une procédure est appelée dans le programme, elle est exécutée immédiatement avant de passer à la ligne suivant l'appel de cette procédure dans le programme.

-À un moment t de la simulation, quand un nouvel événement E est prévu pour le même temps t, il n'est pas exécuté immédiatement et doit attendre que tous les événements déjà prévu avant lui pour le temps t soient exécutés. Donc, tous les événements prévus pour

le temps t et qui ont été insérés dans la liste triée d'événements avant E seront exécutés avant ce dernier.

Avec cette distinction, les principaux événements de la procédure de chargement sont les suivants : déchargement de la section de déplacement, déchargement de la section d'attente, changement dans l'offre, lien saturé. Les principales procédures sont les suivantes : changement dans la demande, création de file d'attente, file d'attente vide, changement dans le flot entrant, changement dans le flot sortant.

Avant de donner plus d'explications sur les significations des différents événements et procédures ainsi que leur pseudo-code, voici le diagramme général de la procédure de chargement :

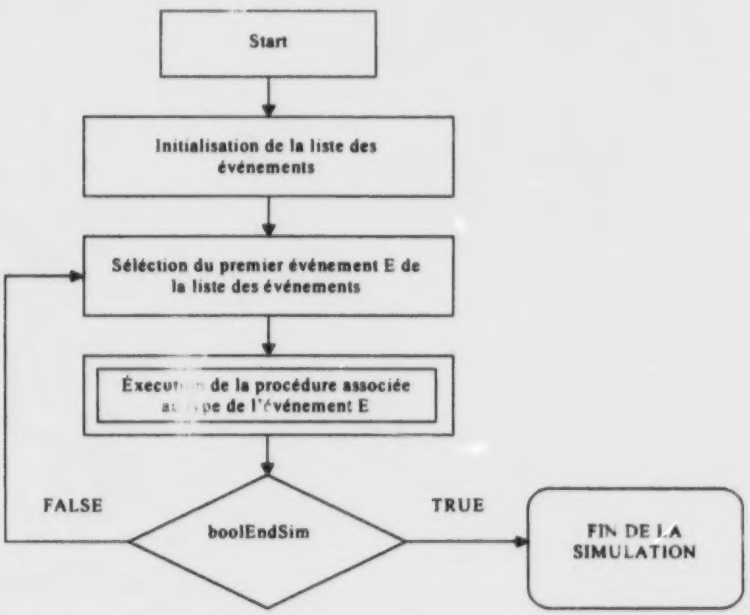


Figure 10 : Diagramme général de la procédure de chargement

Pour que la simulation commence, il faut qu'au moins un événement soit prévu. Pour prévoir les premiers événements reliés à chaque lien du réseau, une procédure

d'initialisation dont le schéma est le suivant est exécutée :

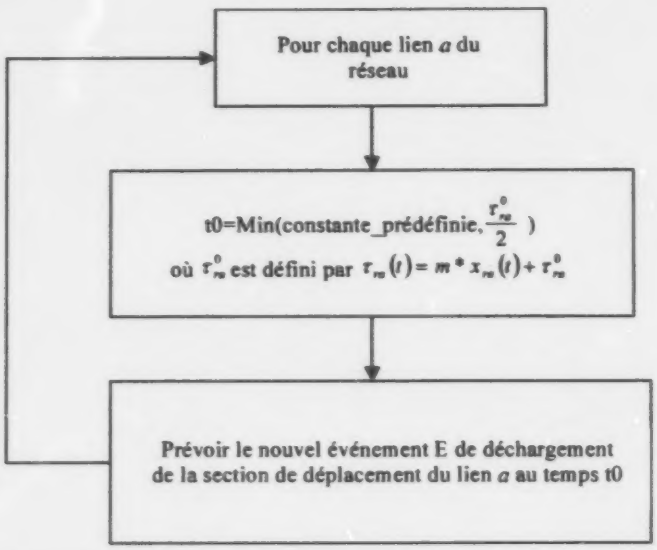


Figure 11 : Procédure d'initialisation de la simulation

5.3.4 Les événements de la simulation

Dans ce qui suit, nous donnerons des explications sur les principaux événements de la procédure de chargement ainsi que leur pseudo-code :

5.3.4.1 Déchargement de la section de déplacement

Comme l'indique son nom, cet événement a lieu quand la section de déplacement d'un lien donné est déchargée. Le pseudo-code de la procédure associée à cet événement est le suivant :

Begin

Mise à jour vers l'avant

Mise à jour vers l'arrière

Faire $xr_a^k(t) = cr_a^k(t)$ et $cr_a^k(t) = 0.0$ pour chaque chemin $k \in K_a$

Évaluer $\tau_{ra}(t) = T(xr_a(t))$

Prévoir un événement de déchargement au temps $t = temps_courant + \tau_{ra}(t)$

S'il n'y a pas de file d'attente

Évaluer $\delta_a^k(t) = \dfrac{xr_a^k(t)}{\tau_{ra}(t)}$ pour chaque chemin $k \in K_a$

Appeler la procédure de changement dans la demande pour évaluer $wr_a^k(t)$ et $wq_a^k(t)$ pour chaque chemin $k \in K_a$

Sinon

Évaluer $wr_a^k(t) = \dfrac{xr_a^k(t)}{\tau_{ra}(t)}$ pour chaque chemin $k \in K_a$

Fin

End

Au début de la procédure, une mise à jour vers l'avant et vers l'arrière est effectuée. Ensuite, la durée de déplacement sur la section de déplacement est évaluée, cette durée est le temps nécessaire pour décharger la section de déplacement. Un événement de déchargement de la section de déplacement est prévu au moment approprié. S'il n'y a pas de file d'attente sur le lien en question, les nouvelles demandes partielles sont évaluées et un appel de la procédure de changement de demande est effectué.

5.3.4.2 Déchargement de la section d'attente

Cet événement a lieu quand la section d'attente d'un lien donné est déchargée. Voici le pseudo-code de la procédure associée à cet événement :

Begin

Mise à jour vers l'avant

Mise à jour vers l'arrière

Faire $xq_a^k(t) = cq_a^k(t)$ et $cq_a^k(t) = 0.0$ pour chaque chemin $k \in K_a$

Si $xq_a(t) \leq \varepsilon$

Appeler la procédure de file d'attente vide

Sinon

Évaluer $\tau_{qa}(t) = \dfrac{xq_a(t)}{wq_a(t)}$ (Noter que ce n'est qu'une estimation)

Prévoir un événement de déchargement de la section d'attente au temps $t = temps_courant + \tau_{qa}(t)$

Évaluer les nouvelles demandes partielles $\delta_a^k(t), \forall k \in K_a$

Appeler la procédure de changement dans la demande pour évaluer $wq_a^k(t), k \in K_a$

Fin

End

Au début de la procédure, une mise à jour vers l'avant et vers l'arrière est effectuée. Si le nombre de véhicules sur la section d'attente est inférieur à un ε donné, la procédure de file d'attente vide est appelée; sinon, une estimation de la durée de déplacement sur la section d'attente est évaluée, cette durée est le temps nécessaire pour décharger la section d'attente. Un événement de déchargement de la section d'attente est prévu au moment approprié. Les nouvelles demandes partielles sont évaluées et un appel de la procédure de changement de demande est effectué.

L'utilisation du ε diffère de ce qui est proposé dans Adamo et al. [3] et ce, pour la raison suivante : Supposons que les flots de la section d'attente d'un lien donné sont tels que le flot entrant dans cette section est légèrement inférieur au flot sortant, sans qu'il soit égal à 0. La file d'attente est donc en train de se vider. Supposons que les valeurs des variables associées à cette section d'attente sont les suivantes :

$$uq_a(t) = 0.99 \text{ et } wq_a(t) = 1.00 \text{ et } xq_a(t) = 0.1$$

Puisque la valeur du flot sortant est assez grande comparée à celle de l'occupation, les événements de déchargement de la section d'attente vont se succéder de très près (moins de 0.1 seconde dans cet exemple) et les intervalles entre deux événements successifs vont être de plus en plus petits. D'autre part, si le flot entrant ne change pas, à chaque fois qu'il y a un événement de déchargement de la section d'attente, la valeur des compteurs ne sera jamais égale à 0, car $uq_a(t) \neq 0$. Ainsi, l'horloge de la simulation n'avancera jamais jusqu'au temps prévu pour que la file d'attente soit vide. C'est pour cette raison que nous avons décidé qu'en dessous d'un ε, nous considérons que la file d'attente est vide et pour garder la conservation du trafic, nous transférons directement cette quantité aux liens en aval.

5.3.4.3 Changement dans l'offre

Cet événement a lieu quand l'offre d'un lien donné est modifiée (lien saturé, incident...). Le pseudo-code de la procédure associée à cet événement est le suivant :

```
Begin
        Pour chaque courant ab faire
                Appeler la procédure de changement dans la demande pour le lien a
        Fin
End
```

Pour tous les liens en amont de ce lien, un appel à la procédure de changement dans la demande est effectué.

5.3.4.4 Lien saturé

Cet événement a lieu quand le nombre total des véhicules présents sur un lien donné est égal à sa capacité de stockage. Le pseudo-code et le suivant :

```
Begin
        BoolFull → true
        Prévoir un événement de changement dans l'offre au temps courant
End
```

Dans la procédure, le lien en question est étiqueté saturé et un événement de changement dans l'offre est prévu pour le temps courant de la simulation.

5.3.5 Les principales procédures du modèle

Dans ce qui suit, nous donnerons des explications sur les principales procédures de la procédure de chargement ainsi que leur pseudo-code :

5.3.5.1 Changement dans la demande

Cette procédure est appelée quand la demande d'un lien donné change où quand l'offre d'un lien en aval est changée. Dans cette procédure, l'étoile sortant du lien en question est considérée en prenant l'ensemble des demandes et offres de ses liens entrants et sortants pour déterminer s'il y a des changements dans les flots des courants passant par elle (étoile sortante). Le pseudo-code est le suivant :

Begin

Si *boolQueue* = *false* (il n'y a pas de file d'attente)

Évaluer $minr = Min\left(\frac{\sigma_{ab}(t)}{\delta_{ab}(t)}\right)$ parmi tous les liens b en aval du lien a

tels que $(\delta_{ab}(t) \neq 0.0)$

Si $minr \geq 1$ (il n'y a pas de problème d'offre)

Évaluer $wr_a^k(t) = wq_a^k(t) = ur_b^k(t) = \delta_a^k(t), \forall k \in K_a$

Sinon (il y a un problème d'offre)

Appeler la procédure de création de file d'attente

Pour chaque chemin $k \in K_a$

Évaluer $wr_a^k(t) = \delta_a^k(t)$

Évaluer $wq_a^k(t) = ur_b^k(t) = \delta_a^k(t) * minr$

Fin

End

Sinon (il y a une file d'attente)

Évaluer $minr = Min\left(\frac{\sigma_{ab}(t)}{\delta_{ab}(t)}\right)$ parmi tous les liens b en aval du lien a

tels que $(\delta_{ab}(t) \neq 0.0)$

Si $minr \geq 1$ (il n'y a pas de problème d'offre)

Évaluer $wq_a^k(t) = ur_b^k(t) = \delta_a^k(t), \forall k \in K_a$

Sinon (il y a un problème d'offre)

Évaluer $wq_a^k(t) = ur_b^k(t) = \delta_a^k(t) * minr, \forall k \in K_a$

End

Si *boolFull* = *true* (le lien est saturé)

Prévoir un événement de changement dans l'offre pour le temps courant

End

Fin Si

Si $w_a(t)$ a changé

appeler la procédure de changement dans le flot sortant pour le lien a

End

Pour chaque lien b en aval du lien a faire

Si un des flots entrant a changé, appeler la procédure de changement dans le flot entrant pour le lien b

End

End

Dans le cas où il n'y a pas de file d'attente sur un lien donné a au temps t ($xq_a(t)=0$), cette procédure détermine s'il y a un problème d'offre dans un des liens en aval ou non et ce, en calculant le ratio *minr*. Pour chaque chemin k, Les valeurs des flots sortants $wr_a^k(t)$ et $wq_a^k(t)$ et celle du flot entrant $ur_b^k(t)$ (où b est le lien suivant a sur le chemin k) sont déterminées en fonction des quantités *minr* et $\delta_a^k(t)$. De plus, s'il y a un problème d'offre, la procédure de création d'une file d'attente est appelée.

Dans le cas d'une file d'attente sur un lien donné a au temps t ($xq_a(t)\neq 0$), les mêmes étapes sont effectuées, excepté la création d'une file d'attente lors d'un problème d'offre puisqu'il en existe déjà une. Aussi, si le lien en question est saturé, il faut prévoir un événement de changement dans l'offre pour le temps courant de façon à ce que le flot entrant de ce lien soit toujours inférieur ou égal au flot sortant.

Finalement, si les valeurs du flot sortant du lien question ou celles du flot entrant d'un des liens en aval à ce lien sont modifiées, alors un appel aux procédures appropriées est effectué pour corriger les temps où sont prévus des évènements tels le déchargement des sections d'attente ou la saturation du lien.

5.3.5.2 Création de file d'attente

Cette procédure est appelée quand tous les véhicules voulant quitter un lien donné ne peuvent le faire à cause d'un manque d'offre des liens en aval. Le pseudo-code de cette procédure est le suivant :

Begin

boolQueue → *true*

Évaluer $\delta_a^k(t) = \left(\frac{wr_a^k(t)}{\sum_{k \in K_a} wr_a^k(t)} \right) * C_a^{out}, \forall k \in K_a$

Prévoir un événement de déchargement de la section d'attente au temps de l'événement de déchargement de la section de déplacement.

End

Le lien en question est étiqueté comme ayant une file d'attente en donnant à la variable booléenne *boolQue* la valeur *vrai*. Les nouvelles valeurs des demandes partielles sont évaluées de façon à ce que la demande totale du lien en question soit égale à sa capacité sur le flot sortant. Ensuite, un événement de déchargement de la section d'attente est prévu au même moment que celui de la section de déplacement. Il est aussi possible de le prévoir après un délai prédéterminé car, pour les liens assez longs, la durée de déchargement de leur section de déplacement peut être assez longue.

5.3.5.3 File d'attente vide

Cette procédure est appelée quand la quantité de véhicules présents sur la section d'attente est inférieure à un ε donné.

Begin

boolQueue → *false*

Pour chaque chemin $k \in K_a$ faire

Transférer $xq_a^k(t)$ au lien approprié

Évaluer $\delta_a^k(t) = wr_a^k(t)$

Fin

Appeler la procédure de changement dans la demande

End

Le lien en question est étiqueté comme n'ayant plus de file d'attente et ce, en donnant à la variable booléenne *boolQue* la valeur *faux*. Une mise à jour vers l'avant est effectuée pour transférer la quantité de véhicules présents sur la section d'attente aux liens en aval et ce, pour garder la conservation du trafic. Les nouvelles valeurs des demandes partielles sont fixées égales à celles des flots sortants de la section de déplacement. Un appel à la procédure de changement dans la demande pour déterminer les nouveaux flots des courants passant par le nœud en question en utilisant le modèle de nœud.

5.3.5.4 Changement dans le flot entrant

Cette procédure est toujours appelée à partir de la procédure de changement dans la demande, elle sert surtout à prévoir (si nécessaire) les événements de lien saturé ou bien à les annuler.

Begin
    Mise à jour vers l'avant si nécessaire
    Mise à jour vers l'arrière si nécessaire
    Si $u_a(t) > w_a(t)$
        Annuler l'événement de lien saturé pour ce lien s'il y a lieu
        Prévoir un événement de lien saturé à $t = temps_courant + \frac{C_a^s - x_a(t)}{u_a(t) - w_a(t)}$
    Sinon
        Annuler l'événement de lien saturé pour ce lien s'il y a lieu
    Fin
End

Au début de la procédure, une mise à jour vers l'avant et vers l'arrière est effectuée pour le lien en question. Ensuite, si le lien en question est en train de se remplir ($u_a(t) > w_a(t)$), un nouvel événement de lien saturé est prévu au moment approprié tout

en annulant l'ancien événement de ce type pour ce lien, s'il y a lieu. Par contre, si le lien est en train de se vider ($u_a(t)<w_a(t)$), il suffit d'annuler l'événement de lien saturé prévu pour ce lien, s'il en existe un.

5.3.5.5 Changement dans le flot sortant

Cette procédure est toujours appelée à partir de la procédure de changement dans la demande, elle sert surtout à prévoir (si nécessaire) les événements de lien saturé ou bien à les annuler. Elle permet aussi (si nécessaire) de corriger les estimations des durées de déplacement sur les sections d'attente en prévoyant un événement de déchargement de la section d'attente au moment approprié et en annulant l'ancien événement du même type pour ce lien.

Begin
    Mise à jour vers l'avant si nécessaire
    Mise à jour vers l'arrière si nécessaire
    Si $u_a(t)>w_a(t)$
        Annuler l'événement de lien saturé pour ce lien s'il y a lieu
        Prévoir un événement de lien saturé à $t = temps_courant + \frac{C_a^s - x_a(t)}{u_a(t)-w_a(t)}$
    Sinon
        Annuler l'événement de lien saturé pour ce lien s'il y a lieu
    Fin Si
    Si *boolQueue* = *true*
        Annuler l'événement de déchargement de la section d'attente
        Prévoir un événement de déchargement à $t = temps_courant + \frac{xq_a(t)}{wq_a(t)}$
    Fin Si
    Si *boolFull* = *true*
        Prévoir un événement de changement dans l'offre pour le temps courant
    Fin Si
End

Après une mise à jour vers l'avant et vers l'arrière pour le lien en question, nous prévoyons et/ou annulons un événement de lien saturé selon que le lien en question est en train de se remplir ou de se vider (voir procédure de changement dans le flot entrant). Ensuite, s'il y a une file d'attente, nous prévoyons un nouvel événement de déchargement de la section d'attente selon la nouvelle valeur du flot sortant et annulons l'ancien événement du même type prévu pour ce lien. Finalement, si le lien est saturé, nous prévoyons immédiatement un événement de changement dans l'offre qui est dorénavant égale à la nouvelle valeur du flot sortant.

5.3.6 Exemple numérique de la procédure de chargement

Pour illustrer le fonctionnement de la procédure de chargement, le réseau linéaire de la Figure 12 a été choisi. Ce réseau consiste en deux liens 1 et 2 consécutifs ayant la même longueur excepté que le premier possède une voie de plus que le deuxième. Le tableau suivant résume les paramètres des deux liens :

Lien	Nombre de voies	C_a^{in}(véh/h)	C_a^{out}(véh/h)	C_a^{S}(véh)	Fonction de durée de déplacement (sec)
1	2	2000	2000	200	$2 \cdot nv_r(t) + 30$
2	1	1000	1000	100	$2 \cdot nv_r(t) + 30$

Tableau I : Caractéristiques des liens du réseau

Où $nv_r(t)$ est le nombre de véhicules présents au temps t sur la section de déplacement.

Dans l'exemple nous utilisons, en plus de celles déjà introduites, les variables suivantes :

T_saturation : Le temps où l'on prévoit la saturation du lien.

T_queue : Le temps où l'on prévoit le déchargement de section d'attente du lien.

La demande de l'origine 1 à la destination 3 est de 1800 véh/h pendant l'intervalle $[0,6000]$. Nous avons choisi de prévoir, pour chaque lien, le premier événement de déchargement de la section de déplacement au temps t=30sec. Aussi, nous avons décider de provoquer un incident sur le lien 2 au temps $t = 103\,\text{sec}$.

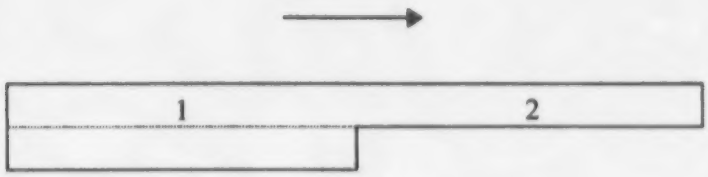


Figure 12 : Réseau linéaire

La séquence des événements est comme suit :

1) Temps : 30 secondes

Lien : 1

Événement : Déchargement de la section de déplacement

Tableau des variables :

Lien	$c_r(t)$	$x_r(t)$	$c_q(t)$	$x_q(t)$	$u_r(t)$	$w_r(t)$	$w_q(t)$	*T_saturation*	*T_queue*
1	15	0	0	0	1800	0	0		
2	0	0	0	0	0	0	0		

Tableau II : Tableau des variables à l'événement 1

T(15) = 60 sec

Prochain événement de déchargement de la section de déplacement au temps t=30+60=90sec

Demande : $\delta_1(30) = \dfrac{15véh}{60\,\text{sec}} = 900\,véh/h$

Offre : $\sigma_{12}(30) = 1000\,véh/h$ donc le flot sortant est 900 véh/h

Procédure de changement du flot sortant du lien 1 :

$$ur(30) = 1800\ véh/h, wq(30) = 900\ véh/h, nv(30) = 15\ véh$$

$$T_saturation = (200-15)*3600/(1800-900) = 740\ \text{sec}$$

Procédure de changement du flot entrant du lien 2 :

$$ur(30) = 900\ véh/h, wq(30) = 0\ véh/h, nv(30) = 0\ véh$$

$$T_saturation = (100-0)*3600/(900-0) = 400\text{sec}.$$

2) Temps : 30 secondes

Lien : 2

Événement : Déchargement de la section de déplacement

Tableau des variables :

Lien	$c_r(t)$	$x_r(t)$	$c_q(t)$	$x_q(t)$	$u_r(t)$	$w_r(t)$	$w_q(t)$	*T_saturation*	*T_queue*
1	0	15	0	0	1800	900	900	30+740=770	
2	0	0	0	0	900	0	0	30+400=430	

Tableau III : Tableau des variables à l'événement 2

T(0) = 30 sec

Prochain événement de déchargement de la section de déplacement au temps t=30+30=60sec

Demande : $\delta_2(30) = \dfrac{0\ véh}{60\ \text{sec}} = 0\ \text{véh}/h$

Pas de problème d'offre puisqu'il n'y a pas de lien suivant le lien 2.

Pas de procédure de changement du flot sortant puisque ce dernier n'a pas changé.

3) Temps : 60 secondes

Lien : 2

Événement : Déchargement de la section de déplacement

Tableau des variables :

Lien	$c_r(t)$	$x_r(t)$	$c_q(t)$	$x_q(t)$	$u_r(t)$	$w_r(t)$	$w_q(t)$	*T_saturation*	*T_queue*
1	15	7.50	0	0	1800	900	900	770	
2	7.5	0	0	0	900	0	0	430	

Tableau IV : Tableau des variables à l'événement 3

T(7.5) = 45 sec

Prochain événement de déchargement de la section de déplacement au temps t=60+45=105sec

Demande : $\delta_2(60) = \frac{7.5\ véh}{45\ \text{sec}} = 600\ véh/h$

Pas de problème d'offre donc le flot sortant est 600 véh/h

Procédure de changement du flot sortant du lien 1 :

$$ur(60) = véh/h, wq(60) = 600\ véh/h, nv(60) = 7.5\ véh$$

$$T_saturation = (100-7.5)*3600/(900-600) = 1110\text{sec}.$$

4) Temps : 90 secondes

Lien : 1

Événement : Déchargement de la section de déplacement

Tableau des variables :

Lien	$c_r(t)$	$x_r(t)$	$c_q(t)$	$x_q(t)$	$u_r(t)$	$w_r(t)$	$w_q(t)$	*T_saturation*	*T_queue*
1	30	0	0	0	1800	900	900	770	
2	7.5	2.5	0	0	900	600	600	60+1110=1170	

Tableau V : Tableau des variables à l'événement 4

T(30) = 90 sec

Prochain événement de déchargement de la section de déplacement au temps t=90+90=180sec

Demande : $\delta_1(90) = \frac{30\ véh}{90\ \text{sec}} = 1200\ véh/h$

Offre : $\sigma_{12}(90) = 1000\ véh/h$ inférieure à la demande $\delta_1(90)$ donc :

minr = 1000/1200 = 5/6

Création d'une section d'attente avec $wq(90) = 1200 * \text{minr} = 1000 véh/h$

Nouvelle demande : $\delta_1(90) = C_1^{out} = 2000\ véh/h$

Prochain événement de déchargement de la section d'attente au temps $t = 100$sec

Procédure de changement du flot sortant du lien 1 :

$ur(90) = 1800\ véh/h, wq(90) = 1000\ véh/h, nv(90) = 30\ véh$

$T_saturation = (200-30) * 3600/(1800-1000) = 765$ sec

Procédure de changement du flot entrant du lien 2 :

$ur(90) = 1000\ véh/h, wq(90) = 600\ véh/h, nv(90) = 10\ véh$

$T_saturation = (100-10) * 3600/(1000-600) = 810$ sec.

5) Temps : 100 secondes

Lien : 1

Événement : Déchargement de la section d'attente

Tableau des variables :

Lien	$c_r(t)$	$x_r(t)$	$c_q(t)$	$x_q(t)$	$u_r(t)$	$w_r(t)$	$w_q(t)$	*T_saturation*	*T_queue*
1	5	26.67	3.33	-2.78	1800	1200	1000	90+765=855	100
2	10.28	0.83	0	0	1000	600	600	90+810=900	

Tableau VI : Tableau des variables à l'événement 5

Mise à jour des variables de la section d'attente :

$xq(100)$=3.33+(−2.78)=0.55 , $cq(100) = 0\ véh$

Puisque le flot sortant est $wq(100) = 1000\ véh/h$, alors le déchargement de cette section durera $0.55/1000 = 1.98$ sec

Le prochain événement de déchargement de la section d'attente sera donc au temps $t = 100 + 1.98 = 101.98$ sec

Demande : Pas de changement de la demande

Pas de changement dans le flot sortant du lien 1.

Pas de changement dans le flot entrant du lien 2.

6) Temps : 101.98 secondes

Lien : 1

Événement : Déchargement de la section d'attente

Tableau des variables :

Lien	$c_r(t)$	$x_r(t)$	$c_q(t)$	$x_q(t)$	$u_r(t)$	$w_r(t)$	$w_q(t)$	*T_saturation*	*T_queue*
1	5.99	26.01	0.66	0	1800	1200	1000	855	101.98
2	10.83	0.5	0	0	1000	600	600	900	

Tableau VII : Tableau des variables à l'événement 6

Mise à jour des variables de la section d'attente :

$xq(101.98) = 0.66\ véh$, $cq(101.98) = 0\ véh$

Puisque le flot sortant est $wq(101.98) = 1000\ véh/h$ alors le déchargement de cette section durera $0.66/1000 = 2.38$ sec

Le prochain événement de déchargement de la section d'attente sera donc au temps $t = 101.98 + 2.38 = 104.36$ sec

Demande : Pas de changement de la demande

Pas de changement dans le flot sortant du lien 1.

Pas de changement dans le flot entrant du lien 2.

7) Temps : 103 secondes

Lien : 2

Événement : Incident qui réduit de moitié la capacité sur le flot entrant du lien 2

Tableau des variables :

Lien	$c_r(t)$	$x_r(t)$	$c_q(t)$	$x_q(t)$	$u_r(t)$	$w_r(t)$	$w_q(t)$	*T_saturation*	*T_queue*
1	6.5	25.67	0.34	0.38	1800	1200	1000	855	101.98+2.38=104.36
2	11.05	0.33	0	0	1000	600	600	900	

Tableau VIII : Tableau des variables à l'événement 7

La nouvelle capacité sur le flot entrant : $C_2^m = 500\ véh/h$

Procédure de changement de l'offre du lien 2

Appeler la procédure de changement de la demande du lien 1

Demande : $\delta_1(103) = 2000\ véh/h$

Offre : $\sigma_{12}(103) = 500\ véh/h$

minr = 500/2000 = 0.25 < 1

$wq(103) = 2000 * \text{minr} = 500\ véh/h$

Correction de *T_queue* :

$xq(103) = 0.38\ véh$, $wq(103) = 500\ véh/h$

nouveau temps = 0.38/500=2.736 sec

T_queue = 103 + 2.736 = 105.736 sec

Annuler l'ancien événement de déchargement de la section d'attente prévu au temps 104.36 et en prévoir un nouveau au temps *T_queue*

Correction de *T_saturation* :

$nv(103) = 32.89\ véh$, $uq(103) = 1800\ véh/h$, $wq(103) = 500\ véh/h$

nouveau temps = $(200 - 32.89) * 3600/(1800 - 500) = 462.77$ sec

$T_saturation = 103 + 462.77 = 565.77$ sec

Annuler l'ancien événement de lien saturé prévu au temps 855 sec et en prévoir un nouveau au temps *T_saturation*.

...

Et ainsi de suite, jusqu'à la fin de la simulation. Cet exemple montre le déroulement de la simulation et l'enchaînement des événements avec l'exécution des procédures qui leur sont associées.

5.3.7 File d'attente horizontale ou verticale

Les véhicules rejoignent une file d'attente quand ils atteignent son point arrière. Si une file d'attente verticale est utilisée, ce point arrière se trouve à la fin du lien (Figure 13) puisque les véhicules ne prennent pas d'espace physique sur le lien. Par contre, si une file d'attente horizontale est utilisée, son point arrière se trouve quelque part sur le lien puisque les véhicules sont supposés occuper un certain espace fini sur le lien et ils s'accumulent donc de façon horizontale sur le lien (Figure 13).

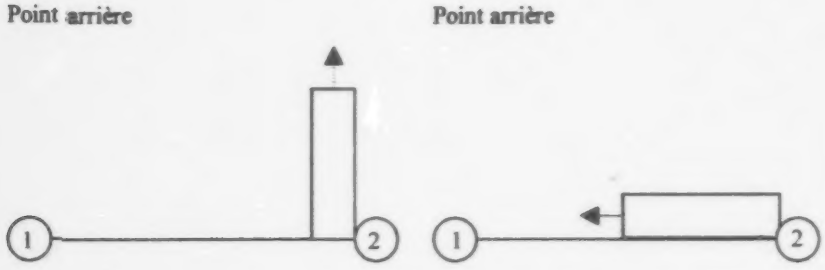


Figure 13 : File d'attente verticale et file d'attente horizontale

Dans Adamo et al. [3], il est mentionné que la durée de déplacement sur la section de déplacement dépend du nombre de véhicules présents sur cette section et du nombre de véhicules présents sur la section d'attente, ce qui résulterait en une file

d'attente horizontale. Il est mentionné qu'il était possible de modéliser la section d'attente avec une file d'attente horizontale ou verticale, excepté que la file d'attente horizontale introduisait une certaine incohérence dans le modèle. Dans ce qui suit, nous expliquerons les deux façons de modéliser la section d'attente et nous montrerons pourquoi la modélisation avec une file d'attente horizontale n'est pas valide.

Dans un lien donné *a*, la longueur de la section d'attente est définie par l'équation suivante:

$$L_{qa} = \frac{xq_a}{K_{ja}} \cdot L_a$$

Où xq_a : Nombre de véhicules sur la section d'attente.

K_{ja} : Densité maximale (*Jam Density*) du lien *a*.

L_a : Longueur totale du lien *a*.

Adamo et al. [3] proposent de représenter la section d'attente par une file d'attente horizontale. Nous avons donc la relation suivante :

$$L_{ra} + L_{qa} = L_a$$

La longueur de la section de déplacement est déterminée comme suit :

$$L_{ra} = L_a - L_{qa}$$

L'équation suivante est utilisée pour évaluer la durée de déplacement sur la section de déplacement :

$$\tau_{ra}(t) = T(xr_a(t), xq_a(t))$$

Comme mentionné dans le même article, cette formulation introduit une incohérence dans le modèle puisque la durée de déplacement au temps *t* sur la section de déplacement est évaluée pour une distance égale à la longueur de la section de déplacement au temps *t*. Cette longueur peut changer pendant l'intervalle $[t, t + \tau_{ra}(t)]$ de la façon suivante :

-Cas 1 : Si le flot entrant la section d'attente $uq_a(t)$ est supérieur au flot sortant de cette section $wq_a(t)$, la longueur de la section d'attente L_{qa} augmentera, donc celle de la section de déplacement L_{ra} diminuera.

-Cas 2 : Si $uq_a(t) < wq_a(t)$, alors L_{qa} diminuera, donc L_{ra} augmentera.

Le cas 1, est équivalent à une longueur L_{ra} qui a diminué, ceci revient à dire qu'il y a sur-estimation de la distance à parcourir dans la section de déplacement. Cette sur-estimation fera que les véhicules voyageant dans la section de déplacement rejoindront la section d'attente plus tard qu'ils ne devraient.

Dans le cas 2, où la longueur L_{ra} augmente, il y a sous-estimation de la distance à parcourir dans la section de déplacement. Les véhicules voyageant dans la section de déplacement seront donc ajoutés à la section d'attente trop tôt. L'exemple suivant illustre bien ces situations.

Exemple :

Considérons un lien d'une longueur $L=1km$ et d'une densité maximale $k_j=250v/km$.

Supposons que la fonction de durée de déplacement sur la section de déplacement est :

$$\tau_r(t)=2*nv_r(t)+30.$$

Supposons qu'à l'instant $t=200$sec, nous avons un événement de déchargement de la section de déplacement comme suit :

Temps : 200 secondes

Événement : Déchargement de la section de déplacement

Variables :

$$x_r(200)=15\ véh \text{ et } xq(200)=45\ véh.$$

Durée de déplacement :

$$\tau_r(200) = 2 * (15) + 30 = 60 \sec .$$

Le prochain événement de déchargement de la section de déplacement aura lieu au temps $t = 200 + 60 = 260 \sec$.

Le flot entrant de la section d'attente :

$$u_q(200) = w_r(200) = \frac{15v}{60 \sec} = 0.25\ véh/\sec = \quad 900\ véh/h .$$

La longueur de la section d'attente est donc :

$$L_q = \frac{x_q}{k_j} = \frac{45v}{250v/km} = 180\ m \quad .$$

La longueur de la section de déplacement est :

$$L_r = L - L_q = 1000 - 180 = 820\ m \quad .$$

Cas 1 : Le flot sortant de la section d'attente est $w_q(200) = 100\ véh/h$

Temps : 260 secondes

Événement : Déchargement de la section de déplacement

Section d'attente :

$$xq(260) = 45 + (u_q - w_q) * (60)$$

$$= 45 + (900 - 100) * (60) = 58.33\ véh$$

La longueur de la section d'attente est donc :

$$L_q = \frac{x_q}{k_j} = \frac{58.33v}{250v/km} = 233.32\ m$$

La longueur de la section de déplacement est :

$$L_r = L - L_q = 1000 - 233.32 = 766.68\ m \quad .$$

Nous remarquons que la longueur de la section de déplacement a diminué, ce qui veut dire qu'au temps *t=200sec*, nous avons surestimé la longueur de cette section. Donc, cela prend plus de temps que « nécessaire » aux véhicules voyageant sur la

section de déplacement, pour rejoindre la section d'attente. Ce cas est comparable à la situation suivante : Des clients d'un point de service, qui au lieu de faire la file d'attente directement (plus tôt), passent à une salle d'attente provisoire après avoir pris des tickets pour garder l'ordre (FIFO). Pour un client donné, quand la différence entre son numéro et celui servi atteint 10, ce client se lève et rejoint la file d'attente (plus tard). De cette façon, le fonctionnement du point de service est tout à fait normal même si les clients rejoignent la file d'attente plus tard qu'il ne devraient le faire.

Cas 2 : Le flot sortant de la section d'attente est $w_q(200) = 3000\ véh/h$

Temps : 260 secondes

Événement : Déchargement de la section de déplacement

Section d'attente :

$$xq(260) = 45 + (u_q - w_q) * (60)$$

$$= 45 + (900 - 3000) * (60) = 10\ véh.$$

La longueur de la section d'attente est donc :

$$L_q = \frac{x_q}{k_j} = \frac{10v}{250\,v/km} = 40\ m \quad .$$

La longueur de la section de déplacement est :

$$L_r = L - L_q = 1000 - 40 = 960\ m \quad .$$

Nous remarquons que la longueur de la section de déplacement a augmenté, ce qui veut dire qu'au temps $t = 200\ sec$, nous avons sous-estimé la longueur de cette section. Donc, les véhicules rejoignent la section d'attente plus tôt qu'ils ne devraient le faire. Ce cas est comparable à la situation fictive suivante : En rentrant à un point de service, un client estime qu'il doit parcourir une distance de 20 mètres avant de s'arrêter (au point *a*) juste derrière le dernier client faisant la file d'attente. Supposons que pendant le temps que le client marche pour se rendre au point *a*, d'autres personnes qui attendaient dans la file d'attente sont servis. Il est clair qu'une fois rendu au point *a*, le

client ne rejoindra pas la file d'attente. Il devra encore marcher quelque peu pour rejoindre la dernière personne de la file d'attente. Pour revenir à notre exemple de lien, la propagation du flot se fait de façon inadéquate si une file d'attente horizontale est utilisée pour modéliser la section d'attente et que la longueur de la section de déplacement est sous-estimée.

Le but est d'éviter de tomber dans le cas 2. Il suffit donc de s'arranger pour ne jamais sous-estimer la longueur de la section de déplacement (cas 1). La solution est très simple. En effet, puisque la longueur maximale que peut avoir la section de déplacement est atteinte quand il n'y a pas de file d'attente sur le lien ($L_{qa} = 0$). Cette longueur maximale est égale à L_a, la longueur totale du lien a. En fixant $L_{ra} = L_a$, nous nous assurons de ne jamais sous-estimer la longueur de la section de déplacement. Fixer la longueur de la section de déplacement à cette valeur revient à dire que les véhicules voyagent sur tout le lien; ensuite, à la fin du lien, ils rejoignent une file d'attente verticale (s'il y en a déjà une) ou s'il ne peuvent quitter ce lien en présence d'un goulot où à cause des conditions du trafic sur les liens en aval. En modélisant la section d'attente à l'aide d'une file d'attente verticale, la formule suivante est utilisée pour évaluer la durée de déplacement dans la section de déplacement :

$$\tau_{ra}(t) = T(xr_a(t))$$

Nous pensons donc que la bonne façon de modéliser la section d'attente se fait à l'aide d'une file d'attente verticale et que l'utilisation de files d'attente horizontales introduit des erreurs dans le modèle au niveau des durées de déplacement ainsi qu'au niveau des distances parcourues.

5.3.8 La modélisation des panneaux d'arrêt et des feux de signalisation

Si nous voulons simuler le chargement dynamique des réseaux, il est important de

modéliser les différentes composantes des réseaux en question. Parmi celles-ci, nous avons les panneaux d'arrêt ainsi que les feux de signalisation. La modélisation des panneaux d'arrêt se fait facilement et sans modification du code de la procédure de chargement. Pour ce qui est des feux de signalisation, nous verrons qu'une des deux façons de les modéliser nécessite de légers changements aux codes de la procédure de chargement.

5.3.8.1 La modélisation des panneaux d'arrêt

Un panneau d'arrêt sur un lien donné est tout simplement modélisé en réduisant d'un tiers la capacité sur le flot sortant de ce lien. Ceci est fait au début de la simulation lors de la lecture des données, et n'a évidemment aucune répercussion sur la dynamique de la procédure de chargement.

5.3.8.2 La modélisation des feux de signalisation

Il y a deux façons possibles de modéliser les feux de signalisation sur un réseau donné.

Méthode de réduction de la capacité sur le flot sortant : Sur un lien donné, si la période où le feu est vert est dénoté par G (*Green*) et si le cycle du feu gérant l'intersection en question est de longueur C (*Cycle*). Cette méthode réduit la capacité sur le flot sortant de ce lien comme suit :

$$\overline{C}_a^{out} = C_a^{out} \cdot \left(\frac{G}{C}\right).$$

Cette équation vient du fait que, pendant un cycle donné, la capacité sur le flot sortant sera de C_a^{out} pendant une période de temps de longueur $\frac{G}{C}$ et de zéro (feux orange et rouge) pendant une période de temps de longueur $\frac{C-G}{C}$. Alors, dans ce cycle, la capacité moyenne sur le flot sortant de ce lien est la suivante :

$$\overline{C}_a^{out} = C_a^{out} \cdot \left(\frac{G}{C}\right) + C_a^{out} \cdot \left(\frac{C-G}{C}\right) = C_a^{out} \cdot \left(\frac{G}{C}\right).$$

Cette capacité moyenne est donc utilisée pendant toute la simulation. Cette méthode de réduction est très simple et n'engendre aucune modification à la dynamique de la procédure de chargement des réseaux.

Méthode on/off : Cette méthode consiste à avoir des événements dans la simulation qui gèrent les intersections en donnant la valeur zéro aux capacités sur le flot sortant des liens où le feu de signalisation devient rouge et en redonnant les capacités initiales aux liens où le feu devient vert. Cette méthode oblige à modifier légèrement la procédure de chargement comme suit :

Quand le feu de signalisation devient rouge pour un lien où la section d'attente est vide, une nouvelle file d'attente doit être créée, sans qu'un événement de déchargement de la section d'attente ne soit prévu, contrairement à la procédure habituelle car, tant que le feu sera rouge, la section d'attente ne se déchargera d'aucun véhicule.

Quand le feu passe au vert, la capacité originale sur le flot sortant est redonnée au lien et un événement de déchargement de la section d'attente de ce lien est prévu immédiatement pour que cette dernière commence à se décharger de tous les véhicules qui se sont joints à la file d'attente pendant la période où le feu était rouge.

La dynamique du modèle fait que les véhicules voyageant dans les liens (pas ceux qui « attendent » aux compteurs) ne sont jamais arrêtés quelques soient les conditions du trafic dans les autres liens. Ceci est dû au fait que les liens sont toujours en train de décharger les véhicules (événement de déchargement des sections de déplacement et des sections d'attente). Si les feux de signalisation sont modélisés à l'aide la méthode on/off, ceci n'est plus vrai et quelques modifications aux procédures s'imposent pour s'assurer que le chargement des réseaux se fasse de façon appropriée. Il faut signaler que, pour comparer les résultats de ce modèle avec ceux d'un modèle microscopique, cette méthode s'impose comme étant celle à utiliser puisque c'est de

cette façon que les feux de signalisation sont implantés dans les modèles microscopiques.

5.4 Tests et résultats

5.4.1 Introduction

Nous avons décidé de comparer les résultats obtenus à l'aide de notre modèle avec ceux obtenus à l'aide du modèle microscopique commercial *Integration*. Il est important de souligner que, dans ce contexte, le modèle *Integration* n'est pas la réalité en tant que telle. Ce n'est qu'une approximation , plus juste, de la réalité avec ses forces et faiblesses tout comme notre modèle. Le choix d'*Integration* vient du fait que nous voulions comparer notre modèle mésoscopique avec un modèle microscopique (véhicules individuels, changements de voie et logique de poursuite des véhicules,...). Notre modèle est plus simple que les modèles microscopiques et nous voulions évaluer les phénomènes que le modèle peut ou ne peut reproduire et si oui, s'ils étaient reproduits de façon adéquate. Nous voulions aussi comparer les capacités et les faiblesses de notre modèle avec celles d'*Integration* et ce, pour évaluer les gains et les pertes résultant de l'utilisation d'un modèle à bas niveau de détails.

L'utilisation des réseaux réels s'avère énormément difficile puisque nous ne pouvons avoir aucun contrôle sur les données d'entrée telles la matrice de demande origine-destination, l'architecture du réseau, les attributs des liens (longueur, nombre de voies...), les plans des feux de signalisation... C'est pour cette raison que nous avons choisi d'utiliser le modèle *Integration* qui nous permet de concevoir des réseaux fictifs sur mesure pour pouvoir reproduire et évaluer des phénomènes intéressants.

Notons que le réseau ainsi que la demande ont été choisis de façon à minimiser les impacts du tricotage (*weaving*) et des conflits des véhicules. Pour rendre les deux modèles comparables, les départs des véhicules à partir des origines se fait de façon

déterministe. Ainsi les différences entre les résultats des deux modèles ne seront pas dues à la nature aléatoire des départs dans les deux modèles, mais bien à la façon dont le flot est déplacé dans chacun des modèles.

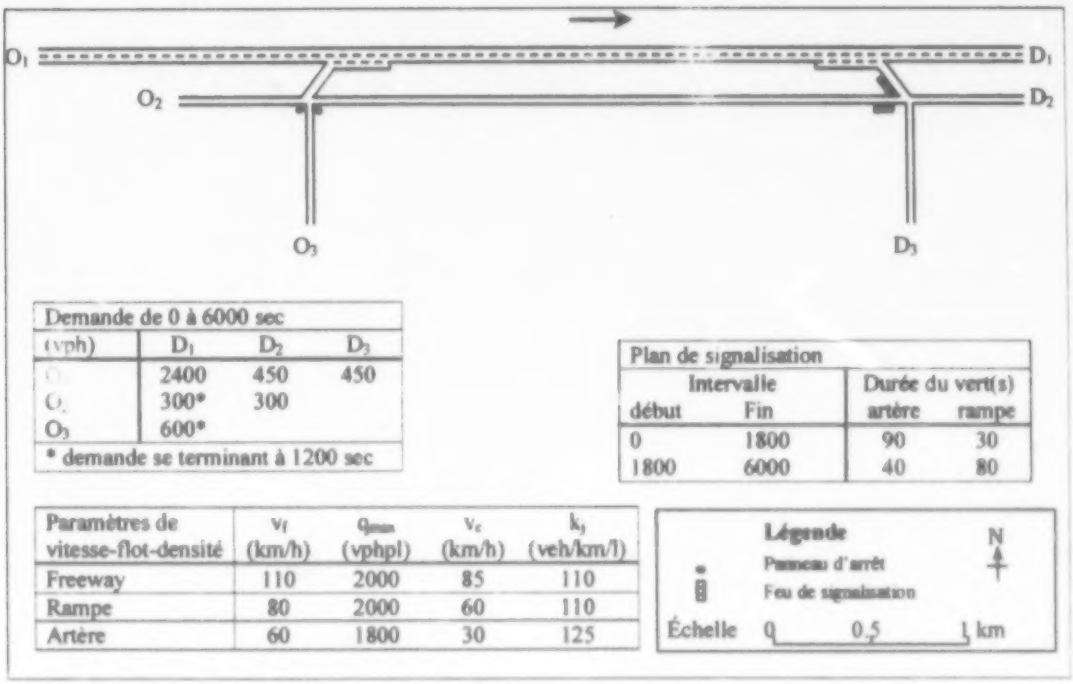
5.4.2 Présentation du test

Pour effectuer la comparaison entre les deux modèles de chargement dynamique, nous avons décidé de les appliquer sur un réseau à multiples origines et destinations. Ce réseau consiste en une autoroute unidirectionnelle et en une artère parallèle (Figure 14 et Figure 15). L'autoroute est composée de deux voies. Elle a une longueur de 7 km. Une rampe d'accès est située à 2 km de l'origine 1 (début de l'autoroute) avec un voie d'accélération longue de 0.5 km. Une rampe de sortie est située à 6 km avec une voie de décélération longue de 0.5 km. Pour sa part, l'artère parallèle unidirectionnelle ne possède qu'une seule voie. L'intersection 14 est contrôlée par des panneaux d'arrêt tandis que l'intersection 15 est contrôlée par des feux de signalisation.

Sur l'arc 2, il y a fusion de deux courants : le premier de 3300 véh/h venant de l'autoroute (de l'arc 1) alors que le second de 900 véh/h vient de la rampe d'accès, ce qui totalise 4200 véh/h pour la demande du lien 2. De ce fait, le nœud 11 représente un goulot puisque l'arc 3 a une capacité de 4000 véh/h seulement. Après 20 min, la demande de la rampe d'accès devient nulle puisqu'il n'y a plus de véhicules sortants des origines 2 et 3 allant à la destination 4. Nous devrions donc nous attendre à ce que la congestion causée par le goulot diminue après cela.

Du côté de l'intersection 15, la durée du feu vert est trop petite (30 secondes sur un cycle de 120 secondes), ce qui crée un goulot de capacité 500 véh/h ($= \frac{30}{120} * 2000\ véh/h$). La saturation de la rampe de sortie devrait faire en sorte qu'il y a débordement de la congestion sur l'autoroute. Après 30 minutes, le plan de signalisation est changé et la rampe de sortie est maintenant favorisée puisque la durée du feu vert

passe de 30 à 80 sec sur un cycle de 120 secondes. Dorénavant, la rampe de sortie a une capacité de sortie de 1333.33 véh/h, ce qui devrait diminuer la congestion dans cette partie du réseau.



Demande de 0 à 6000 sec			
(vph)	D_1	D_2	D_3
O_1	2400	450	450
O_2	300*	300	
O_3	600*		
* demande se terminant à 1200 sec			

Plan de signalisation			
Intervalle		Durée du vert(s)	
début	Fin	artère	rampe
0	1800	90	30
1800	6000	40	80

Paramètres de vitesse-flot-densité	v_f (km/h)	q_{max} (vphpl)	v_c (km/h)	k_j (veh/km/l)
Freeway	110	2000	85	110
Rampe	80	2000	60	110
Artère	60	1800	30	125

Figure 14 : Réseau test pour le modèle de chargement dynamique

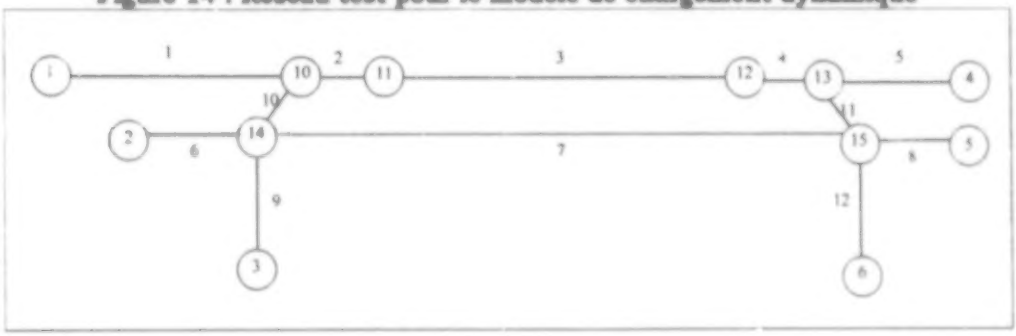


Figure 15 : Le graphe du réseau test

5.4.3 Résultats d'*Integration*

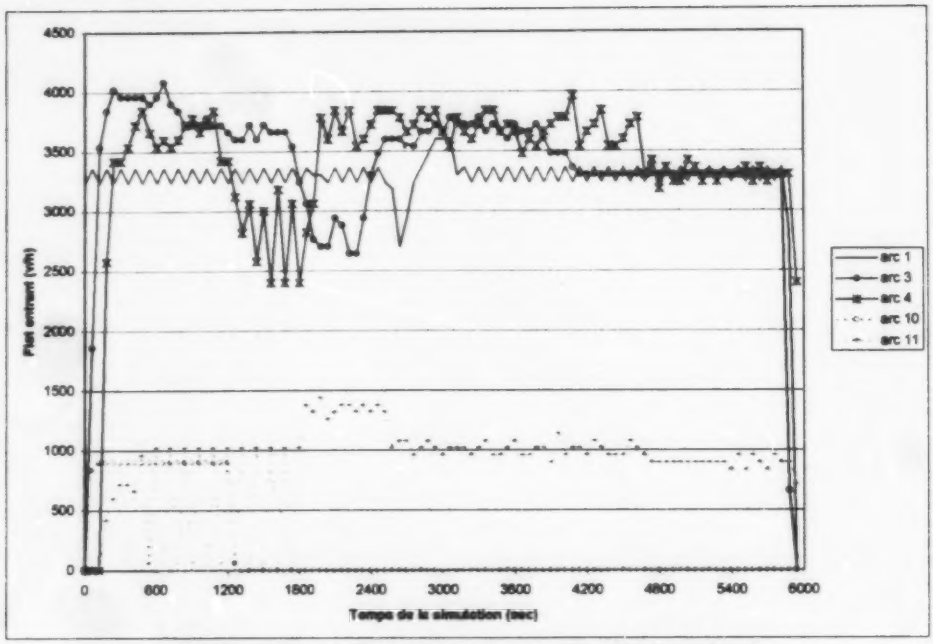


Figure 16 : Le flot entrant par arc (*Integration*)

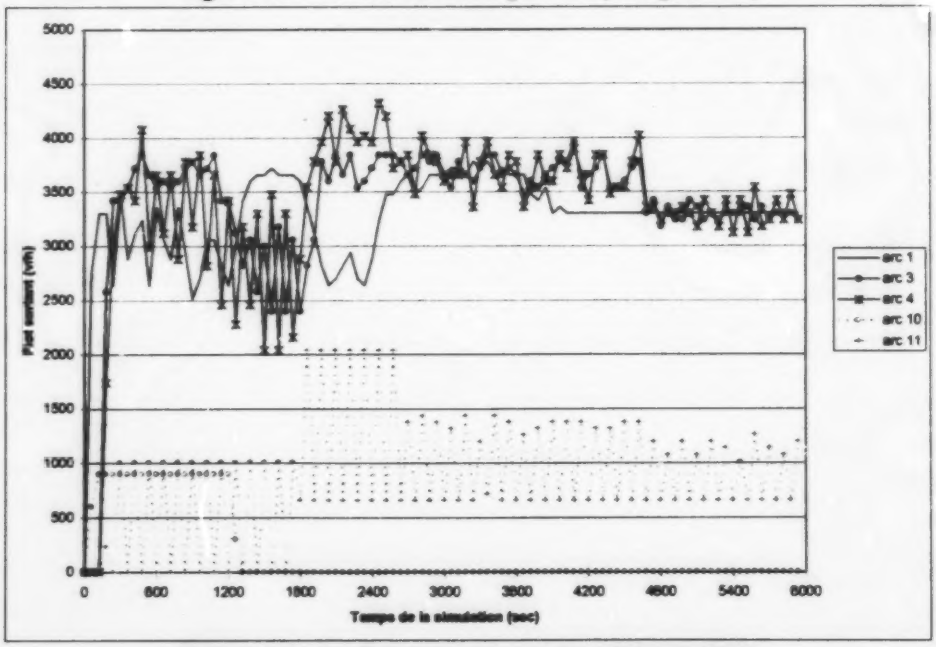


Figure 17 : Le flot sortant par arc (*Integration*)

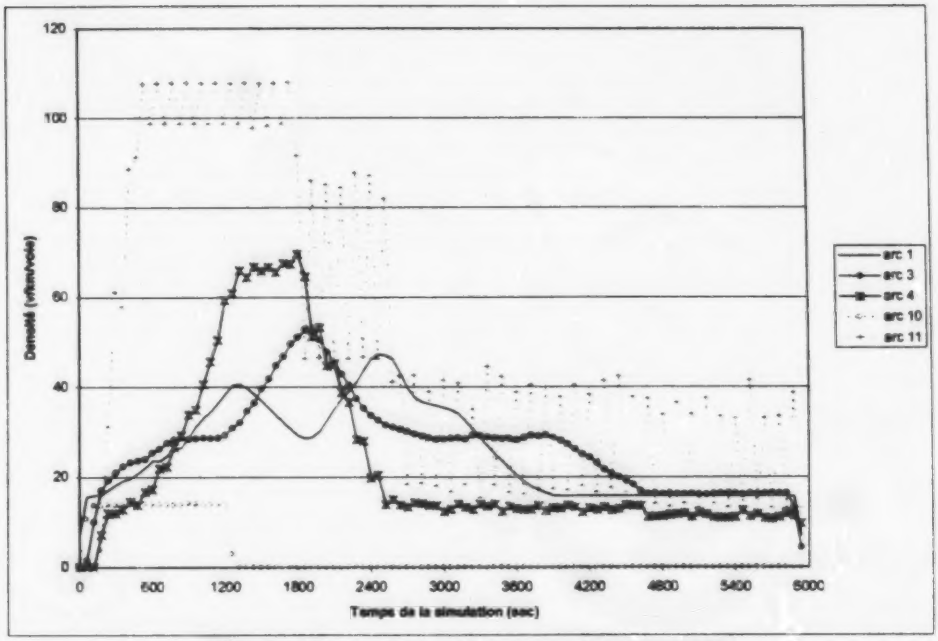


Figure 18 : La densité par arc (*Integration*)

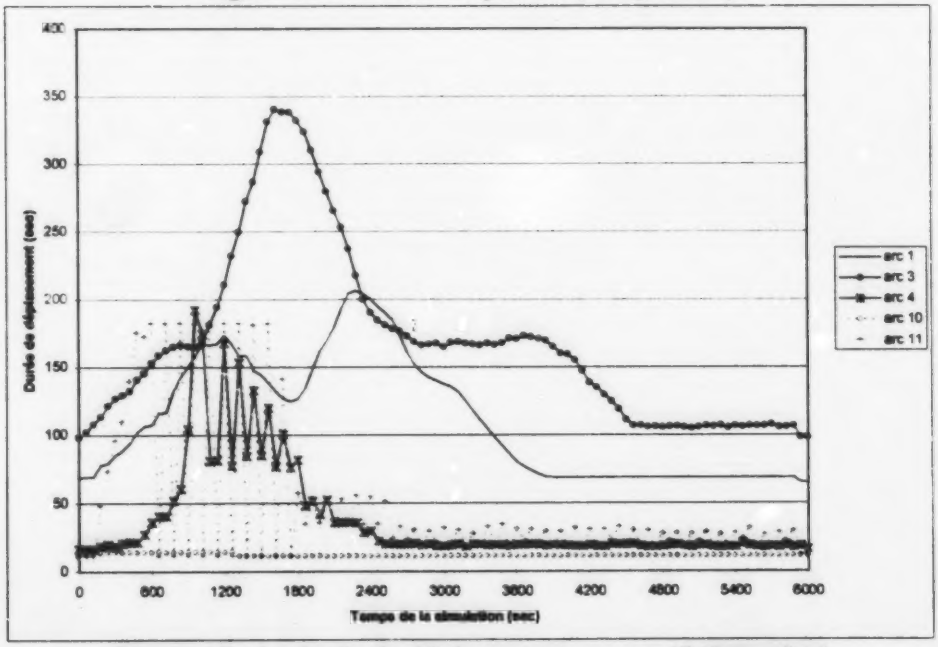


Figure 19 : La durée de déplacement par arc (*Integration*)

5.4.4 Commentaires sur les résultats d'*Integration*

Au niveau du nœud 10, il n'y a pas de problème d'offre puisque les véhicules venant du lien 1 continuent sur leur 2 voies et ceux arrivant de la rampe d'accès empruntent la voix d'accélération. Cependant, puisque cette voie se termine au nœud 11, les véhicules sont obligés d'effectuer un changement de voie pour regagner les 2 principales voies de l'autoroute. Une congestion se crée donc sur le lien 2 puisque les véhicules sur les principales voies de l'autoroute, doivent ralentir pour donner une ouverture pour les véhicules changeant de voie. Cette congestion augmente pour ainsi affecter le lien 1, ceci peut être vu dans les résultats du flot sortant (Figure 17).

Le flot sortant du lien 1 oscille pendant l'intervalle [200, 1200]. Il faut noter que puisque, après 20 min, il n'y a plus de demande entre les origines 2 et 3 et la destination 4, il n'y a donc plus de demande sur la rampe d'accès. La congestion causée par le goulot (nœud 11) diminue vu qu'il n'y a plus de ralentissement dû aux changements de voie à partir de la voie 3 à la voie 2. Ceci se manifeste dans les résultats par la hausse du flot sortant du lien 1 pendant l'intervalle [1200, 1800]. Toutefois, le flot sortant de ce lien est affecté par la congestion causée par les feux de signalisation de l'intersection 15. Effectivement, la rampe de sortie ne reçoit que 30 secondes de feu vert sur un cycle de 120 secondes. Ceci crée sur le lien 11 une congestion qui augmente pour ensuite affecter les liens 4 et 3 (voir le flot sortant pendant l'intervalle[1200, 1800]) et aussi les liens 2 et 1 (voir le flot sortant pendant l'intervalle [1800, 2400]).

Il faut aussi signaler que la congestion atteint l'origine 1 vu que le flot entrant du lien 1 diminue quelque peu pendant l'intervalle [2400,3000]. Ceci signifie que les véhicules retardent leur départ de l'origine 1 en raison du manque d'espace sur le lien 1. Après 30 min, le nouveau plan de signalisation, favorisant la rampe de sortie (80 secondes au lieu de 30), permet à plus de véhicules de quitter le lien 11, ce qui a pour effet d'améliorer la situation dans les liens en amont à ce lien. À la Figure 17, nous

pouvons remarquer que le flot sortant du lien 3 augmente peu après 1800 secondes et celui du lien 1 augmente peu après 2400 secondes. Pour ce qui est de la densité (Figure 18), elle diminue puisque la congestion sur le réseau décroît grâce au nouveau plan de signalisation.

5.4.5 Résultats du modèle mésoscopique

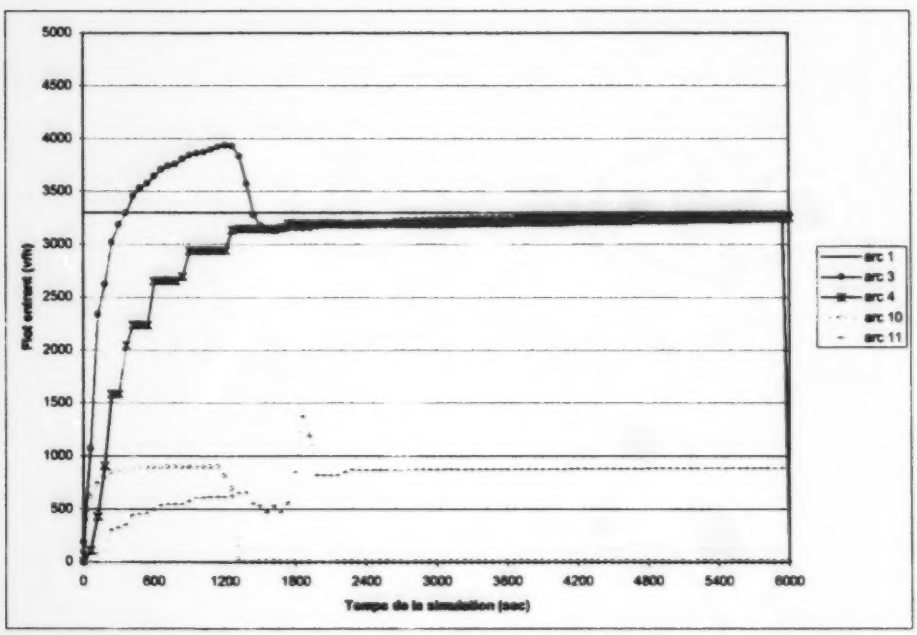


Figure 20 : Le flot entrant par arc (Modèle mésoscopique)

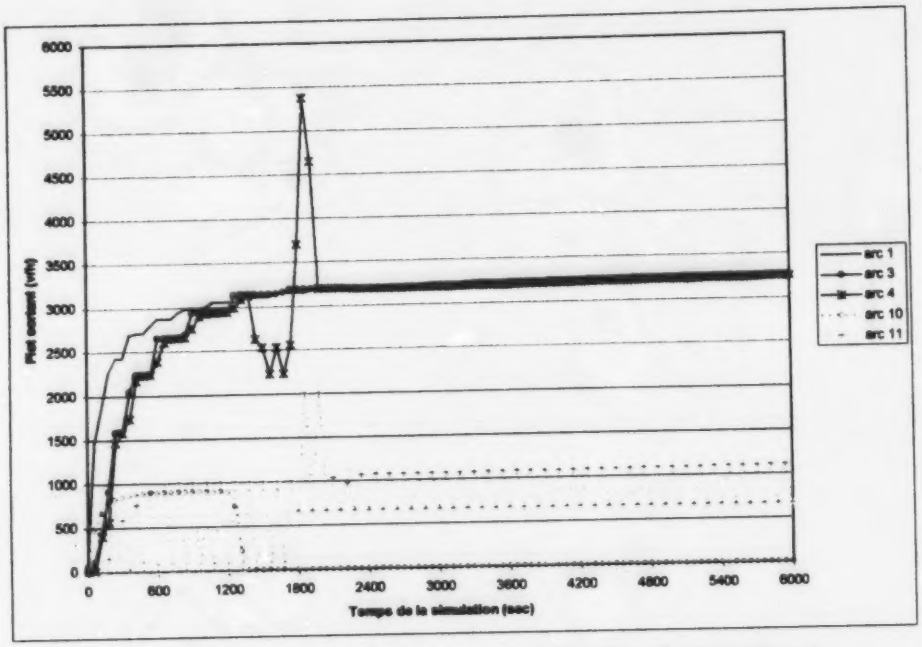


Figure 21 : Le flot sortant par arc (Modèle mésoscopique)

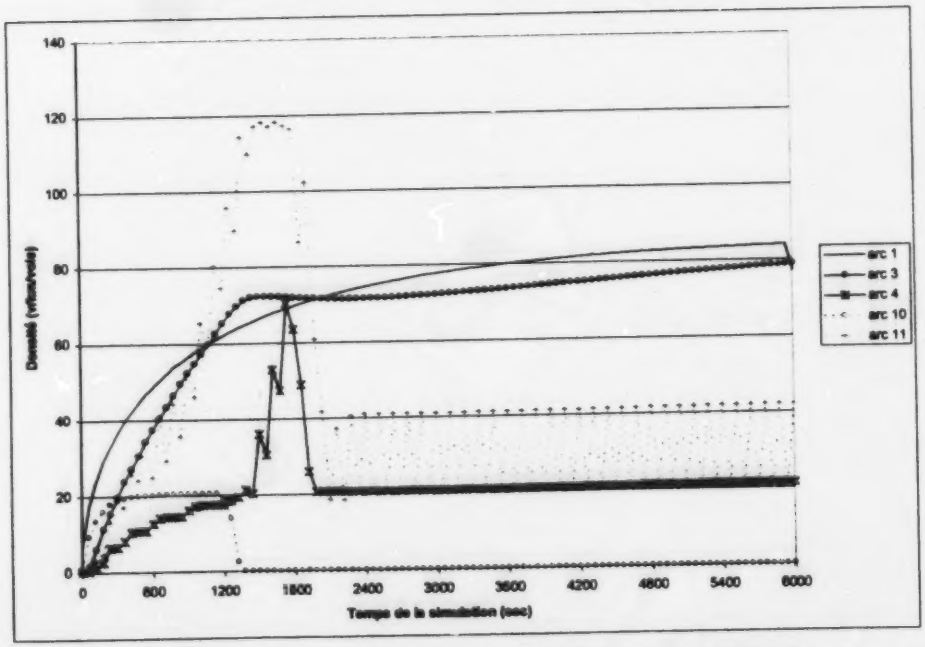


Figure 22 : La densité par arc (Modèle mésoscopique)

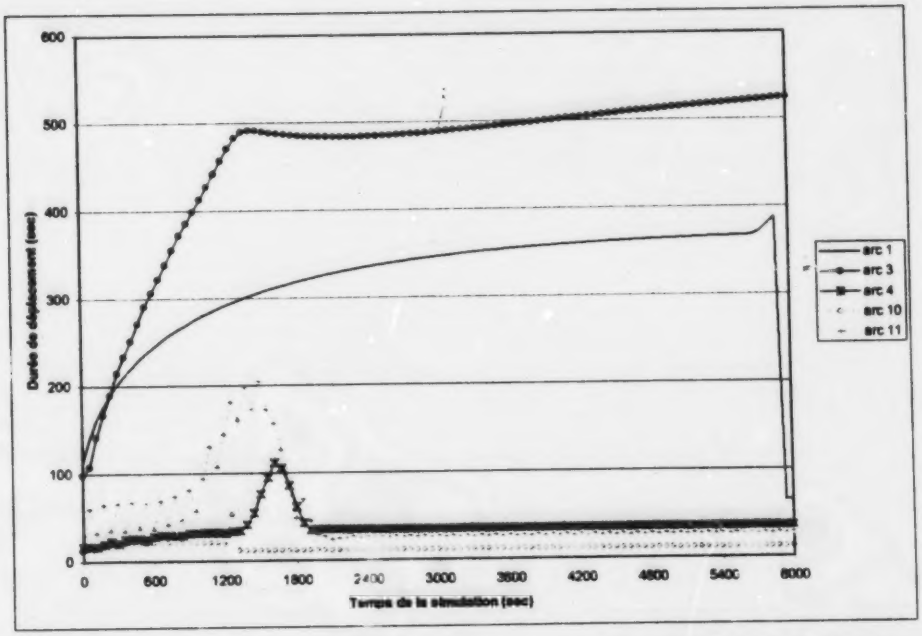


Figure 23 : La durée de déplacement par arc (Modèle mésoscopique)

5.4.6 Commentaire sur les résultats du modèle mésoscopique

Au niveau du nœud 10, il est clair qu'il n'y a pas de problème d'offre puisque l'offre est égale à la capacité sur le flot entrant qui est de 6000 véh/h alors que la demande peut au maximum atteindre 4200 véh/h qui est la somme des 3300 véh/h arrivant du lien 1 et des 900 véh/h arrivant de la rampe d'accès. En plus, à cause de la nature approximative de la méthode de solution, le flot sortant d'un lien met plus de temps avant d'atteindre la valeur du flot entrant, car il est amorti par la fonction de durée de déplacement (voir l'exemple numérique à la section 5.3.6). Le résultat est que les flots sortants des liens 1 et 10 n'ont pas le temps d'atteindre respectivement les valeurs de 3300 véh/h et de 900 véh/h. Ainsi, la demande du lien 2 ne dépasse pas 4000 véh/h puisque, après 20 min, il n'y a plus de demande sur la rampe d'accès. Ceci fait en sorte que le nœud 11 n'a pas le temps de devenir un goulot. De plus, vu que ce modèle est basé sur le flot et ne considère pas les voies, il ne peut donc reproduire la congestion résultant des véhicules

allant de la voie 3 à la voie 2. C'est pour cela qu'il n'y aucune congestion dans cette partie du réseau. Les résultats du flot sortant indiquent ceci puisqu'il n'y a aucune chute des flots sortants pendant l'intervalle [0,1200]. La chute du flot entrant du lien 3 peu après 20 min s'explique par le fait qu'il n'y a plus de demande sur la rampe d'accès.

Pour ce qui est de l'intersection 15, nous remarquons que le flot sortant du lien 11 oscille pendant l'intervalle [0, 1800] avec des pointes de 1000 véh/h. Pour sa part, le flot entrant augmente continuellement pendant cet intervalle atteignant des valeurs supérieures à la valeur de 500 véh/h qui est l'amplitude du flot sortant après la fin de la période de chargement ($t > 600$ sec). Ceci a pour effet que la densité du lien augmente jusqu'à ce que celui-ci devienne saturé et qu'il y ait débordement de la file d'attente au lien 4 à partir de 1380 sec. Le flot sortant du lien 4 chute, ce qui a pour effet d'augmenter la densité de ce lien.

Avec notre modèle, si la densité maximale n'est pas atteinte dans un lien donné, l'offre de ce lien est égale à la capacité sur le flot entrant. Par contre, si elle est atteinte, l'offre reçoit la valeur du flot sortant de ce lien. Cette propriété de la méthode de solution fait en sorte que le débordement des files d'attente se fait plus lentement. Nous pouvons remarquer qu'il y a saturation du lien 11 après environ 1380 secondes. Après ce temps, la densité du lien 4 augmente sans toutefois atteindre la densité maximale, ce qui fait qu'avec notre modèle, le mauvais plan de signalisation de l'intersection 15 ne cause de la congestion que dans les liens 11 et 4 comparé à *Integration* où la congestion atteint même l'origine 1. La raison pour laquelle la densité du lien 4 n'atteint pas la densité maximale est que, après 30 minutes, le nouveau plan de signalisation favorisant la rampe de sortie entre en vigueur. Ceci à pour effet d'augmenter instantanément les flots sortants des liens 11 et 4 (diffusion instantanée des ondes de choc), diminuant par le fait même la densité sur le lien 4 avant qu'elle ne se stabilise quand la file d'attente dans ce lien disparaît. La hausse de la densité des liens 11 et 4 avant $t = 1800$ sec, se traduit aussi

par une hausse dans les durées de déplacement (Figure 23) dans le lien 11 et ensuite dans le lien 4, et ce, quand la file d'attente déborde jusqu'à ce dernier. Il faut aussi remarquer que après 30 min, les durées de déplacement dans ces deux liens diminuent pour se stabiliser ensuite.

5.4.7 Évaluation du modèle mésoscopique

5.4.7.1 Points positifs

Le modèle implanté effectue bel et bien un chargement dynamique des réseaux. Il transfère les véhicules à partir de leur origine d'un lien à l'autre et ce, tout en respectant la conservation du flot.

Grâce au modèle de nœud choisi, la règle de FIFO est toujours respectée. Cependant, nous verrons plus tard que ce n'est pas toujours réaliste d'avoir un respect total de FIFO. Les capacités sur les flots entrants et sortants des liens sont toujours respectées. Ainsi, la densité des liens ne dépasse jamais la densité maximale. Il est possible de modéliser les feux de signalisation par la méthode On/Off comme dans les modèles microscopiques. Les résultats des flots, des densités et des durées de déplacement à l'intersection 15 montrent bien que le modèle gère adéquatement cette intersection.

Le modèle implanté est basé sur une méthode approximative qui utilise une discrétisation asynchrone du réseau. Il n'y a pas de *clock-tick* où le réseau en entier doit être mis à jour. Comme nous l'avons vu, le modèle est une simulation basée sur des évènements. À chaque événement, nous ne mettrons à jour que le lien associé à cet événement ainsi que ses liens en amont ou en aval selon le type de l'événement. Cette propriété rend l'algorithme extrêmement rapide, surtout comparé à des modèles microscopiques tels que *Integration*.

5.4.7.2 Points négatifs

Nous avons pu voir, grâce à cet exemple soigneusement choisi, les différences entre le modèle mésoscopique basé sur le flot que nous avons implémenté et le modèle microscopique *Integration*. Il est clair que le modèle avait des faiblesses que nous savions avant même de le tester sur des réseaux comme le fait qu'il y ait une diffusion instantanée des ondes de choc (discuté lors de la section 4.2). Supposons que dans un réseau donné, deux liens saturés *a* et *b* se suivent, il est irréaliste de penser que, lorsque le flot sortant du lien *b* augmente, celui du lien *a* augmentera instantanément.

Les tests nous ont aussi permis d'évaluer les conséquences de l'utilisation d'une valeur fixe de l'offre d'un lien qui est égale à la capacité sur le flot entrant de ce lien tant que ce lien n'a pas atteint sa densité maximale. Ceci a pour conséquence de charger les liens au maximum avant qu'il y ait débordement de la file d'attente aux liens en amont. Ceci n'est pas du tout réaliste puisque nous ne pouvons imaginer des véhicules allant à de hautes vitesses et qui se suivent pare-choc à pare-choc (densité maximale). Aussi cette caractéristique fait en sorte qu'il y a généralement moins de congestion dans les réseaux puisqu'il faut charger un lien au maximum avant qu'il y ait de la congestion qui se crée dans le(s) lien(s) en amont.

Le fait que le modèle implanté est basé sur le flot, il ne considère donc pas de voies et ne peut reproduire la congestion résultante des changements de celles-ci. Cette dernière a lieu par exemple lorsque, en entrant dans un lien donné, les véhicules ne se retrouvent pas sur la bonne voie pour continuer sur leur chemin. Le lien 2 avec sa troisième voie qui se termine au nœud 11 est une bonne illustration de cette situation. Dans les résultats du modèle mésoscopique, il n'y a pas de congestion sur le lien 2 pour cette raison alors que dans ceux d'*Integration*, il y a de la congestion qui se crée dans ce lien à cause de ce phénomène et qui déborde même sur le lien 1.

Le modèle de nœud utilisé respecte la condition FIFO. La conséquence est que, sur notre réseau, quand la rampe de sortie (lien 11) est saturée, tout le flot sortant du lien 4 est affecté, ce qui veut dire que même les véhicules qui continuent leur chemin sur l'autoroute sont ralentis. Cela pourrait être réaliste si l'autoroute n'avait qu'une seule voie, mais ce n'est pas le cas. Le modèle manque donc de réalisme quant à ce point-ci.

Le modèle de nœud n'impose pas de pénalité pour traverser les nœuds. Ainsi, cela revient au même de continuer tout droit, tourner à droite ou même de tourner à gauche sur une « rue » à double sens, ce qui est complètement irréaliste.

5.4.8 Améliorations suggérées au modèle

Grâce aux résultats des tests effectués, nous avons pu noter plusieurs faiblesses du modèle implanté. C'est pour cette raison que nous proposons quelques modifications à ce modèle et ce, dans le but d'améliorer sa capacité à reproduire des phénomènes et aussi de le rendre plus réaliste. Cependant, il faut signaler que ces modifications ne corrigent pas toutes les faiblesses du modèle car quelques unes d'elles émanent de sa nature même.

5.4.8.1 Diffusion instantanée des ondes de choc

Si un lien donné *b* est déclaré saturé et s'il y a débordement de la file d'attente à ses liens en amont. Au moment où le flot sortant de *b* change, celui de ses liens en amont changera aussi de façon instantanée. Pour éviter cette diffusion instantanée, il serait possible d'effectuer les changements aux liens en amont après un certain délai. Ce délai pourrait prendre en compte la vitesse des véhicules sur le lien saturé *b*. Il faut dire que, même cette méthode ne rendra pas le modèle parfait et ce, du point de vue de la diffusion des ondes de choc, mais elle le rendra néanmoins un peu plus réaliste. Ceci dit, l'introduction de ces délais peut rendre la validation des résultats plus difficile. En effet, dans un réseau congestionné, s'il y a énormément de changements dans les flots sortants

des liens saturés, le simple fait de voir les graphiques des flots ou des densités ne nous permettra pas de valider les résultats puisqu'il sera difficile de relier le changement du flot sortant d'un lien donné à un événement donné. Il faut dire aussi à ce sujet que, contrairement aux modèles microscopiques, notre modèle ne dispose pas d'une interface graphique permettant de constater visuellement de quelle façon est effectué le chargement des réseaux. Les modèles microscopiques nous permettent aussi de voir le déplacement des ondes de choc, ce qui aide à expliquer les différents changements touchant les flots et les densités des liens.

5.4.8.2 La relation offre vs densité utilisée

Dans le modèle implanté, nous pouvons décrire la relation entre l'offre d'un lien et sa densité par la relation suivante :

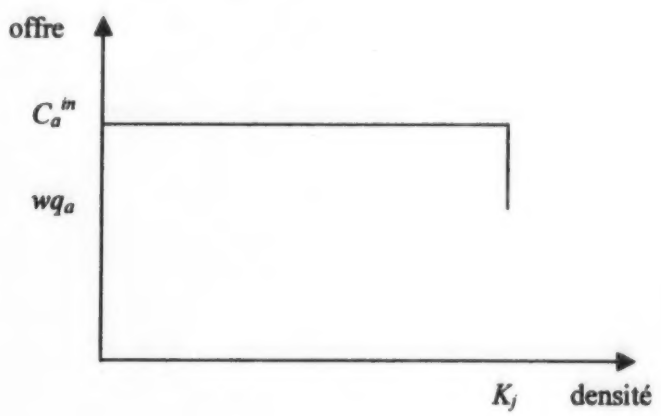


Figure 24 : La relation offre vs densité utilisée

Ceci a pour conséquence que les liens peuvent se charger jusqu'à l'atteinte de la densité maximale avant qu'il n'y ait de débordement de la congestion aux liens en amont. Il est possible d'utiliser cet autre type de relation offre-densité :

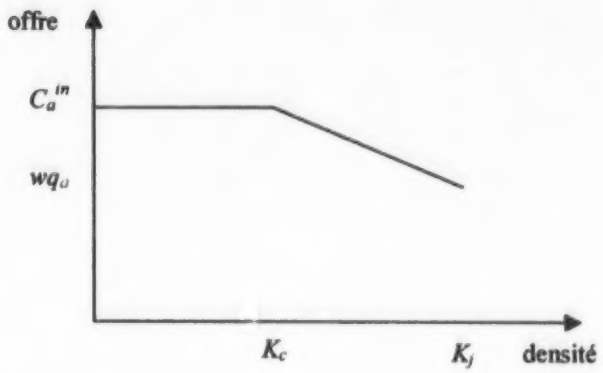


Figure 25 : La relation offre vs densité suggérée

Nous remarquons qu'à partir d'une certaine densité k_c, nous pouvons diminuer l'offre des liens jusqu'à ce qu'elle atteigne la valeur du flot sortant et ce, quand la densité du lien atteint la densité maximale (Figure 25). La question qui se pose est quand est ce qu'il devrait y avoir mise à jour de l'offre? Il est possible d'établir l'offre quand il y a un changement de la demande d'un des liens en amont au lien en question. Malheureusement, nous ne pouvons pas être certain a priori que ces changements auront lieu à des intervalles assez courts, ce qui nous permettrait de mettre à jour l'offre des liens de façon régulière. Donc, une meilleure solution serait d'avoir un événement spécial qui a lieu à des intervalles relativement courts (10 ou 15 secondes) et qui, pour chaque lien du réseau, établit son offre après avoir évalué sa densité.

5.4.8.3 Considération des voies

Nous avons vu que le modèle implanté ne considère aucunement les voies. Il n'est donc pas capable de reproduire la congestion due aux changements de voie. Ces derniers ont lieu, entre autres, lors des situations suivantes :

- Cas 1 : La voie sur laquelle se trouve un véhicule prend fin à un nœud donné.
- Cas 2 : Un véhicule se trouve sur une voie incompatible avec le chemin qu'il doit prendre pour atteindre sa destination.

Nous pouvons introduire une procédure qui, lors d'un événement de déchargement de la section de déplacement, compare le nombre de voies sur ce lien au le nombre total de voies sur les liens en aval à ce lien. S'il est inférieur alors nous introduisons un facteur de correction pour que le déchargement de la section de déplacement se fasse plus lentement que normalement. Si, par contre, le nombre de voies sur le lien en question est supérieur ou égal aux nombre total des voies en aval, le déchargement de la section d'attente se fera de façon normale (pas de facteur de correction). Ce facteur de correction peut être en fonction du ratio ou bien de la différence entre le nombre des voies. Il est clair que cette modification améliore le comportement du modèle quand on est en présence du cas 1. Il n'a toutefois, aucune conséquence sur les résultats si on est en présence du cas 2 seulement et pas du cas 1 (le premier est un cas particulier du deuxième). Donc, même avec cette modification, le modèle ne pourra différencier entre les deux situations de la Figure 26.

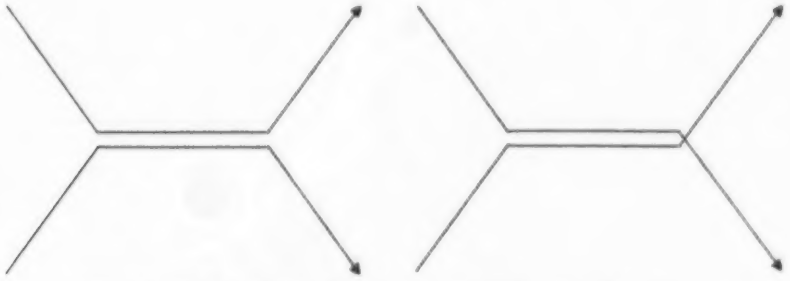


Figure 26 : Deux situations de flots qui fusionnent

Dans la première, les véhicules des deux courants qui fusionnent gardent leur voies respectives pour continuer sur leur chemin, alors que dans le deuxième cas, les véhicules doivent absolument effectuer un changement de voie pour continuer sur leur chemin. Signalons que ce modèle utilise du flot continue et non des véhicules discrets, il ne peut donc pas utiliser une logique de changement de voie comme c'est le cas pour les modèles microscopiques tels *Integration*. Ainsi, la nature même de ce modèle le rend incapable de différencier entre les deux situations de la Figure 26.

CHAPITRE 6

UN ALGORITHME POUR LE PROBLÈME D'AFFECTATION DYNAMIQUE DU TRAFIC À L'ÉQUILIBRE

Dans cette section, le problème d'affectation dynamique à l'équilibre égoïste (*User-Equilibrium*) est abordé. Il est formulé dans l'espace des proportions de répartition du flot (*Splitting Rates*) au lieu de celui des chemins. Les proportions de répartition du flot sont les proportions du flot quittant un nœud et ce, suivant chaque lien sortant de ce nœud. Elles sont donc définies à chaque nœud, sauf aux destinations (car il n'y a pas de liens sortants), pour chaque intervalle de temps et pour chaque destination.

6.1 Idée générale et motivation

L'idée générale de l'algorithme proposé par Wisten et Smith [35] est que, à une itération donnée, le chargement dynamique du réseau est effectué en utilisant les valeurs des proportions de répartition du flot à cette itération. Un ajustement est effectué sur les proportions de répartition du flot à chaque nœud en fonction des durées (coûts) nécessaires pour atteindre les destinations à partir des différents liens sortant de ce lien. Les nouvelles valeurs des proportions de répartition du flot seront utilisées à l'itération suivante pour effectuer à nouveau un chargement dynamique du réseau.

Dans le modèle de chargement dynamique des réseaux implanté et expliqué dans

la section (4.3), une variante a été implantée permettant le chargement des réseaux en utilisant les proportions de répartition du flot. Dans ce cas, les véhicules seront regroupés par destination au lieu des chemins.

L'idée d'utiliser des proportions de répartition du flot vient du fait que le nombre de variables de proportion de répartition du flot est de loin inférieur au nombre de variables des flots de routes, et ce, quand la taille du réseau considéré est grande. En effet, Wisten et Smith [35] donnent comme exemple le petit réseau suivant :

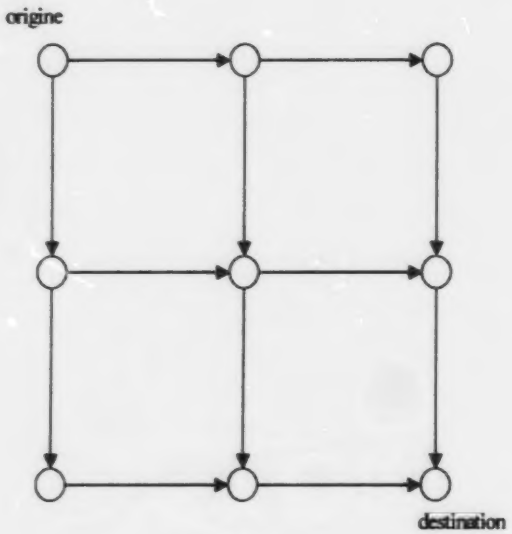


Figure 27 : Réseau carré 3x3

Ce réseau contient une seule paire O-D, neuf nœuds et douze liens unidirectionnels. Le nombre de chemins dans ce réseau est égal à six alors que le nombre de proportions de répartition du flot est égal à douze. Par contre, en considérant un réseau carré 10x10 au lieu d'un carré 3x3 (Figure 27), le nombre de proportions de répartition du flot passe de 12 à 180 alors que celui des routes passe de 6 à 48620. Ceci dit, l'algorithme basé sur les proportions de répartition du flot devrait prendre un temps

de calcul plus court pour des réseaux de grande taille car il n'y a nul besoin de calculer les chemins les plus courts explicitement pendant le processus d'affectation et aussi parce que le nombre de variables n'est pas très grand.

Parallélisme :

Il est nécessaire de mentionner que l'algorithme présenté dans Wisten et Smith [35] est un algorithme distribué. Chaque nœud du réseau peut être vu comme un processus indépendant capable d'effectuer et de coordonner toutes les opérations au niveau de ce nœud-même et capable aussi de communiquer avec les nœuds (processus) voisins. L'ajustement des proportions de répartition du flot à un nœud donné est indépendant des ajustements aux autres nœuds, ces derniers peuvent donc être effectués en parallèle. Cependant, la version implantée de l'algorithme proposé est séquentielle. nous pouvons penser que les temps de calcul obtenus lors des tests peuvent être améliorés en utilisant la version parallèle de l'algorithme, mais nous pensons que cette amélioration ne sera pas significative sur des réseaux de taille comparable à celle des réseaux utilisés lors de cette étude.

6.2 Formulation du problème

Étant donné que le modèle est discret, le temps t fait référence à l'intervalle $[t, t+\Delta[$. Toutes les variables qui dépendent du temps seront des moyennes sur les intervalles en question. Wisten et Smith supposent que la longueur des intervalles de temps est uniforme et petite.

6.2.1 Les proportions de répartitions du flot

Le flot quittant un nœud n allant à la destination d est noté $v_n^d(t)$. La variable $\phi_{n,i}^d(t)$ représente la proportion du flot $v_n^d(t)$ affecté au lien sortant i. Si $\phi_{n,i}^d(t) = 0$, alors aucun

véhicule allant à la destination d n'entrera dans le lien i. Par contre si $\phi_{n,i}^{d}(t)=1$, alors au temps t, tous les véhicules allant à la destination d entreront dans le lien i.
Un patron Φ de proportions de répartitions du flot doit satisfaire trois contraintes de base :

(i) $0 \le \phi_{n,i}^{d}(t) \le 1 \quad \forall n,d,t,i : i \in E_n$ où E_n représente l'ensemble des liens sortants du nœud n.

(ii) $\sum_{i \in E_n} \phi_{n,i}^{d}(t) = 1 \quad \forall n,d,t$

(iii) Il y a au moins une route entre chaque paire O-D dont la demande est non-nulle.

La première contrainte est due au fait que les ϕ sont des proportions. Elles doivent donc être comprises entre 0 et 1. La deuxième contrainte assure la conservation du flot. La dernière assure que tous les véhicules seront acheminés à leur destination respective. Un véhicule peut se rendre de l'origine o à la destination d au temps t s'il existe une séquence de proportions de répartitions du flot non nulles $\left\{\phi_{o,i}^{d}(t), \phi_{A(i),j}^{d}(t+\tau_i(t)),\ldots\right\}$ où $A(i)$ et $\tau_i(t)$ représentent respectivement le nœud en aval du lien i et la durée de déplacement sur le lien i au temps t.

6.2.2 Les coûts sur le réseau

Dans le modèle proposé dans [35], Wisten et Smith ont proposé deux types de coûts $\tau_i(t)$ et $C_n^d(t)$. Le premier coût, $\tau_i(t)$, est la durée de déplacement sur le lien i au temps t obtenue après que le chargement du réseau soit effectué. Tandis que le deuxième, $C_n^d(t)$, est la durée nécessaire pour atteindre la destination d à partir du nœud n au temps t. Cette durée est le coût d'une route partielle qui est la somme des durées de

déplacement des liens de la plus longue (en terme de temps) route utilisée. Wisten et Smith ont démontré que si les coûts $C_n^d(t)$ sont définis de cette façon, au fur et à mesure que les proportions de répartition du flot sont ajustées d'une itération à l'autre, aucun chemin contenant un cycle ne sera créé et donc les véhicules ne prendront jamais un chemin contenant un cycle.

Le coût $C_n^d(t)$ est donc défini par la récurrence suivante :

$$C_n^d(t) = \max_{i \in E_n, \phi_{n,i}^d(t) > 0} \left\{ C_{n,i}^d(t) \right\} \tag{71}$$

Où le coût $C_{n,i}^d(t)$ est défini comme suit :

$$C_{n,i}^d(t) = \tau_i(t) + C_{A(i)}^d\left(t + \tau_i(t)\right) \tag{72}$$

6.2.3 L'équilibre dynamique *égoïste*

Wisten et Smith proposent d'exprimer le problème d'affectation dynamique du trafic à l'équilibre égoïste dans l'espace des proportions de répartition du flot de la façon suivante :

Étant donné un réseau avec une demande variant avec le temps, déterminer un patron Φ de proportions de répartition du flot tel que pour chaque n, d et t, les plus longs chemins (en terme de temps) ne peuvent être suivis :

$$C_{n,j}^d(t) > C_{n,i}^d(t) \Rightarrow \phi_{n,j}^d(t) = 0 \quad \{i, j\} \in E_n$$

L'équilibre *égoïste* est donc atteint quand chaque ensemble de proportions de répartition

du flot $\{\phi_{n,j}^d(t)\}$ à chaque nœud n est équilibré pour tous les intervalles de temps, même quand aucun véhicule ne passe par le nœud n pour une destination d à un temps t.

6.2.4 Mesures de déséquilibre

Wisten et Smith proposent d'exprimer le degré d'insatisfaction des usagers affectés à un lien donné par rapport à l'option la « moins chère ». Pour ceci, définissons le coût $Cm_n^d(t)$ Comme suit :

$$Cm_n^d(t) = \min_{i \in E_n} \{C_{n,i}^d(t)\}$$

La mesure de déséquilibre est donc :

$$V(\Phi) = \sum_{n,d,j,s} \phi_{n,i}^d(t) v_n^d(t) [C_{n,i}^d(t) - Cm_n^d(t)]^2$$

6.3 L'algorithme D

L'algorithme proposé par Wisten et Smith, nommé Algorithme D, ajuste les valeurs des proportions de répartitions du flot d'une itération à l'autre et ce, en échangeant le flot des routes les plus chères à celles les moins chères à un taux proportionnel au produit du flot sur la route la plus chère et la différence des coûts entre les deux routes. L'algorithme effectue cette opération en considérant chaque paire de liens sortant, une à la fois.

L'algorithme D peut être décrit comme suit :

Initialisation : L'algorithme évalue les valeurs des coûts initiaux $C_{n,i}^{d\,(0)}(t)$ comme étant les coûts quand le flot est à écoulement libre. Ces coûts sont calculés à chaque nœud n pour chaque destination d en utilisant l'algorithme de Dijkstra (cette fois-ci seulement).

Les proportions de répartition du flot $\phi_{n,j}^{d\,(0)}(t)$ sur les chemins les plus courts seront mises à 1 alors que sur les autres chemins ces proportions auront des valeurs nulles.

Itération générale *p* : À une itération *p* donnée, les valeurs actuelles des proportions de répartition du flot sont $\phi_{n,j}^{d\,(p)}(t)$. Le chargement dynamique du réseau est effectué en utilisant le modèle énoncé dans la section (4.3) et la méthode de solution approximative de la section 4.3. Cette méthode, qui est une simulation basée sur des événements, utilise les valeurs actuelles des proportions de répartition du flot pour simuler le chargement dynamique du réseau. Ensuite, une procédure de calcul et de propagation des coûts est appliquée pour chaque nœud pour obtenir les nouveaux coûts $C_{n,i}^{d\,(p)}(t)$. Les détails de cette procédure seront donnés après la description de l'algorithme D. La valeur de la fonction *V* qui exprime le degré de déséquilibre est ensuite évaluée.

Test d'arrêt : - Si la valeur de *V* est suffisamment petite, alors l'algorithme s'arrête.
- Sinon, continuer.

Les nouvelles valeurs des proportions de répartition du flot sont calculées comme suit :
L'algorithme considère, à chaque nœud, toutes les paires de liens sortant, une à la fois. Considérons une paire de liens sortants donnée *(i, j)* telle que $C_{n,i}^{d\,(p)}(t) > C_{n,j}^{d\,(p)}(t)$. La proportion de répartition du flot relative au lien sortant *i* (plus chère) sera diminuée alors que celle relative au lien sortant *j* (moins chère) sera augmentée. S'il n'y a que deux liens sortants au nœud *n*, la proportion du flot transférée du lien *i* au lien *j* est donnée par :

$$\delta_{i,j}^{d\,(p)}(t) = \min\left\{ \phi_{n,i}^{d\,(p)}(t),\ \eta \cdot \phi_{n,i}^{d\,(p)}(t) \cdot v_n^{d(p)}(t) \cdot [C_{n,i}^{d\,(p)}(t) - Cm_n^{d(p)}(t)]_+ \right\},$$

où η est une constante appelée facteur de convergence et $0 \le \eta \le 1$.
Si le nombre de liens sortants est supérieur à 2, il faut s'assurer que le patron des

proportions de répartition du flot satisfait les contraintes de conservation du flot.

Dénotons par $\psi_i^{d(p)}(t)$ la réduction totale pour la proportions $\phi_{n,j}^{d\ (p)}(t)$. Elle est définie comme suit :

$$\psi_i^{d(p)}(t) = \max\left\{\phi_{n,j}^{d\ (p)}(t), \sum_{j \in E_n} \delta_{i,j}^{d\ (p)}(t)\right\},$$

où i,d et t sont fixes.

L'ajustement à faire aux proportions de répartition du flot est défini comme suit :

$$\Delta_{n,j}^{d\ (p)}(t) = \sum_{j \in E_n}\left[\frac{\phi_{n,j}^{d\ (p)}(t)\delta_{j,i}^{d\ (p)}(t)}{\psi_j^{d(p)}(t)} - \frac{\phi_{n,j}^{d\ (p)}(t)\delta_{i,j}^{d\ (p)}(t)}{\psi_i^{d(p)}(t)}\right].$$

Si $\psi_i^{d(p)}(t) \geq \phi_{n,j}^{d\ (p)}(t)$, alors la proportion $\phi_{n,j}^{d\ (p)}(t)$ sera distribuée proportionnellement parmi les liens sortants moins chers. Sinon, la proportion transférée à chaque lien j moins chère sera donnée par la valeur $\delta_{i,j}^{d\ (p)}(t)$. De cette façon, la non négativité des proportions de répartition du flot et des flots est garantie ainsi que la conservation des flots au niveau des nœuds.

Les nouvelles valeurs des proportions de répartition du flot à l'itération suivante sont données par :

$$\phi_{n,j}^{d\ (p+1)}(t) = \phi_{n,j}^{d\ (p)}(t) + \Delta_{n,j}^{d\ (p)}(t).$$

La procédure de calcul et de propagation des coûts :

Le pseudo-code de l'algorithme utilisé pour le calcul et la propagation des coûts est le suivant :

Pour chaque destination d

Pour chaque intervalle t

- Recevoir $C^d_{n,i}(t - c_i(t)), i \in E_n$. Ne pas attendre les coûts associés aux sorties dont les proportions de répartition du flot sont nulles. Les destinations ne passent pas cette étape.
- Calculer $C^d_n(t)$, le coût maximum d'atteindre la destination d à partir du nœud n au temps t. Ce coût maximum est calculé parmi les sorties dont les proportions de répartition du flot sont non-nulles seulement.
- Envoyer à tous les nœuds voisins la valeur $C^d_n(t)$. Ces nœuds recevront cette valeur comme étant un coût antérieur $C^d_{A(i)}(t - c_i(t))$, car nous reculons dans le temps. Les destinations transmettent un coût infini aux autres destinations puisqu'elles ne possèdent pas de liens sortants; elle transmettent un coût nul à elles-mêmes. Les nœuds origines ne passent pas cette étape.
- Calculer les nouvelles proportions de répartition du flot en utilisant les nouveaux coûts $C^u_{n,i}(t)$. Ceci inclut aussi les coûts associés aux sorties dont les proportions de répartition du flot sont nulles. Les destinations ne passent pas cette étape.

Fin pour chaque intervalle t

Fin pour chaque destination d

À la fin d'une itération donnée, l'information sur les durées de déplacement est propagée à partir des destinations vers les origines. Pour chaque destination d et chaque « temps » t, chaque nœud a attend de recevoir les coûts pour atteindre la destination d de la part des nœuds en aval associés à des liens sortant avec des proportions de répartition du flot non-nulles.

Exemple : Si, pour une destination d et un temps t, le lien $i = (a,b)$ est tel que : $\phi^d_{a,i}(t) \neq 0$, alors le nœud a doit attendre l'information du coût pour atteindre d à partir du nœud b au temps t provenant du nœud b. Le nœud a envoie à son tour à ses nœuds voisins les coûts pour atteindre la destination d. Ce processus continue jusqu'à ce que tous les nœuds aient mis à jour leur table de routage.

6.4 L'algorithme de type Frank-Wolfe

Wisten et Smith ont implanté un algorithme de type Frank-Wolfe [17] pour comparer ses performances avec celles de leur algorithme D. Nous avons donc décidé d'implanter aussi cet algorithme qui est beaucoup plus simple du point de vue implantation. Tous les aspects de cet algorithme sont les mêmes que l'algorithme D tels que le chargement dynamique du réseau, la procédure de calcul et de propagation des coûts. La seule différence est au niveau de l'ajustement appliqué aux proportions de répartition du flot. À un nœud donné n, l'algorithme détermine le lien sortant i^* tel que $C^d_{n,i^*}(t) = Cm^d_n(t) = \min_{i \in E_n} \{C^d_{n,i}(t)\}$. Alors, les proportions de répartition du flot relatives aux autres liens seront diminuées alors que celles relatives au lien i^* seront augmentées de façon appropriée. Une partie du flot des chemins plus chers sera transféré au chemin dont le coût est minimal. L'ajustement sur les proportions de répartition du flot peut être décrit comme suit :

$$\phi^{d\,(p+1)}_{n,i}(t) = \phi^{d\,(p)}_{n,i}(t) - \min\left\{ \phi^{d\,(p)}_{n,i}(t),\ \eta \cdot \phi^{d\,(p)}_{n,i}(t) \cdot v^{d(p)}_n(t) \cdot [C^{d\,(p)}_{n,i}(t) - Cm^{d(p)}_n(t)]_+ \right\}$$

$$\forall i \in E_n ; i \neq i^*$$

$$\phi^{d\,(p+1)}_{n,i^*}(t) = 1 - \sum_{\substack{i \in E_n \\ i \neq i^*}} \phi^{d\,(p+1)}_{n,i}(t)$$

6.5 Tests et résultats

Dans cette section, nous verrons les résultats des tests effectués sur des réseaux de taille petite et moyenne. Pour les deux réseaux de petite taille, nous présenterons les résultats en terme de flot entrant et de durée de déplacement et nous les comparerons avec ceux des solutions optimales connues. Nous évaluerons la dépendance des résultats par rapport à quelques paramètres et nous comparerons aussi la convergence des algorithmes D et Frank-Wolfe. Aussi, dans tous les tests effectués, la procédure de chargement

n'utilise que le modèle de nœud G4.

6.5.1 Test 1

Le premier réseau est composé de 4 liens, 4 nœuds dont une origine et une destination et il est décrit à la Figure 28 :

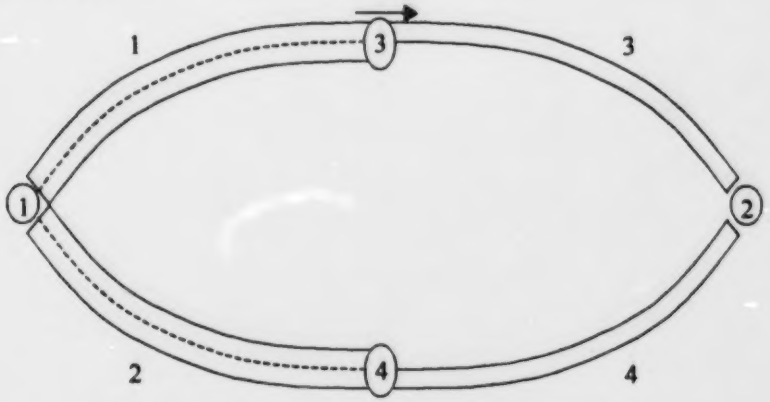


Figure 28 : Réseau du test 1

Il y a deux chemins possibles (1, 3) et (2, 4) et une demande de 1800 véh/h de l'origine 1 à la destination 2 est envoyée pendant l'intervalle $[0, 500\,\text{sec}]$. La capacité sur le flot est de 2000 véh/h pour les liens 1 et 2 et de 1000 véh/h pour les liens 3 et 4. Ainsi, les nœuds 3 et 4 représentent des goulots. La simulation simulation s'arrête au temps $T = 1000\,\text{sec}$.

6.5.1.1 Solution optimale

Il est clair que la solution optimale est d'envoyer la moitié de la demande dans chacun des chemins. De cette façon, les durées de déplacement sur les deux chemins seront égales et le degré de déséquilibre sera nul. Les résultats de cette solution optimale « connue » sont présentés à la Figure 29 et à la Figure 30.

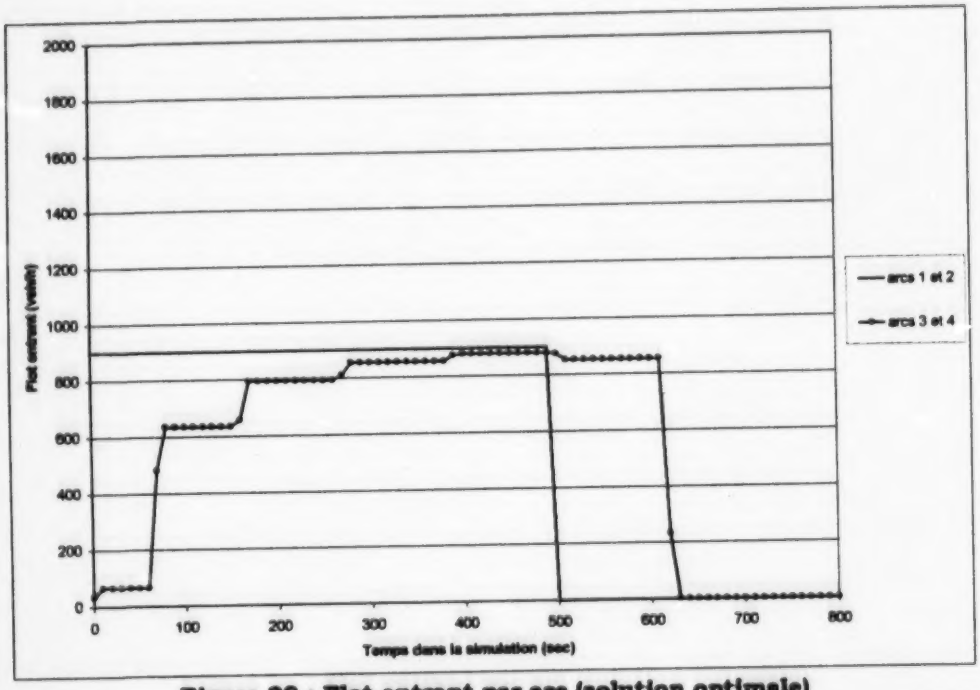


Figure 29 : Flot entrant par arc (solution optimale)

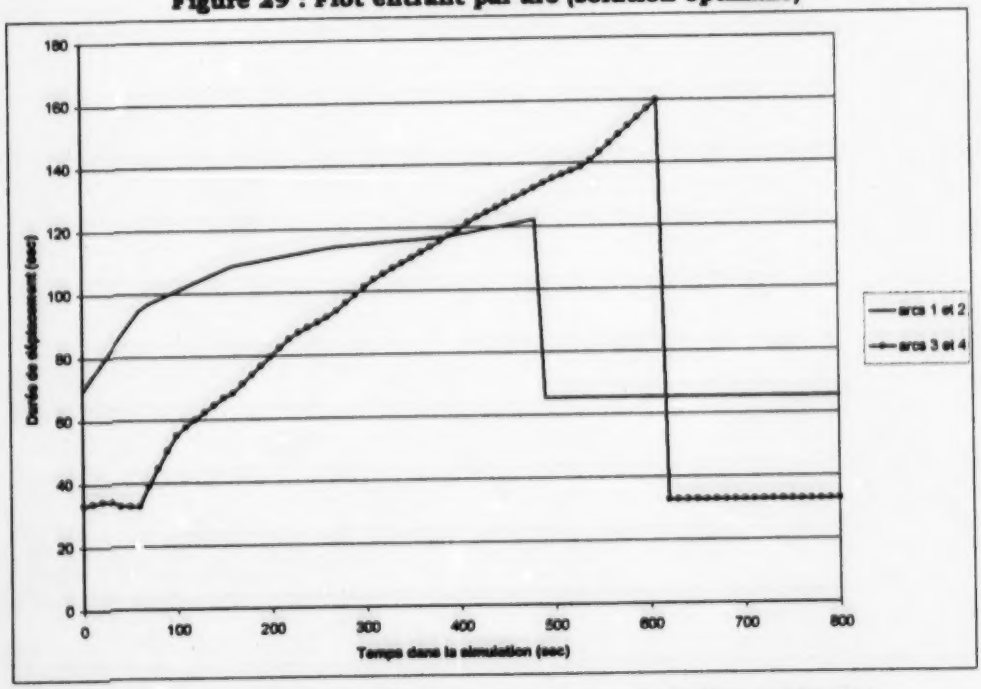


Figure 30 : Durée de déplacement par arc (solution optimale)

6.5.1.2 Solution expérimentale

Nous avons effectué plusieurs tests et ce, en donnant différentes valeurs au paramètre *delta* et au facteur de convergence. Pour le critère d'arrêt, nous avons fixé à 10^{-5} la borne inférieure du degré de déséquilibre et à 100 le nombre maximal d'itérations.

Plusieurs combinaisons (*delta*, facteur de convergence) ont permis d'obtenir la solution optimale. Dans ce qui suit, nous présentons la solution obtenue avec les paramètres suivants : $delta = 20\,\text{sec}$ et $facteur_convergence = 0.022$. Ces résultats sont présentés à la Figure 31 et à la Figure 32.

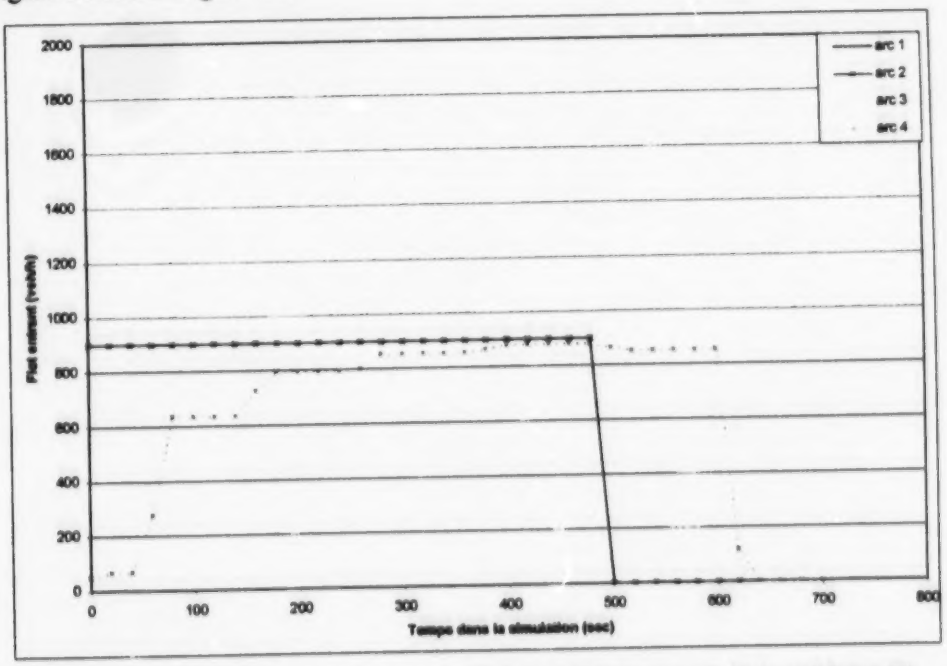


Figure 31 : Flot entrant par arc (solution obtenue avec l'algorithme D)

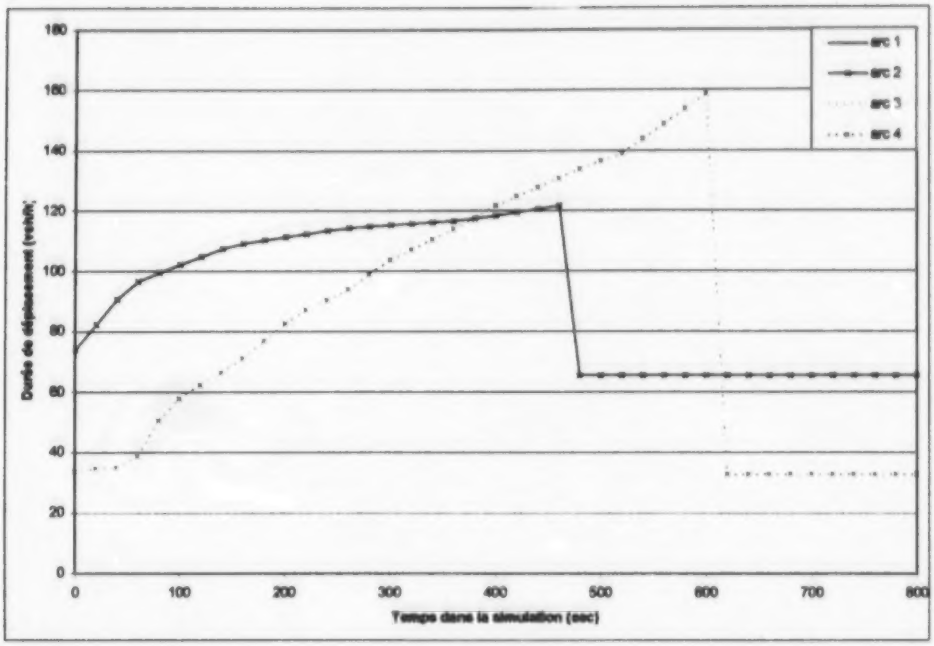


Figure 32 : Durée de déplacement par arc (solution obtenue avec l'algorithme D)

6.5.1.3 Dépendance de *delta*

Wisten et Smith ont fait l'hypothèse que *delta*, la longueur des intervalles, était uniforme et suffisamment petite.Nous voulions vérifier si les solutions trouvées par l'algorithme D pouvaient varier selon les *deltas* utilisés. Ainsi, plusieurs tests ont été effectués à l'aide de différentes valeurs de *delta* allant de 1sec à 50 sec. Nous avons tout d'abord remarqué qu'un bon facteur de convergence pour un *delta* donné n'était pas nécessairement un bon facteur pour les autres valeurs de *delta*. Les figures 32 et 33 illustrent bien cette situation.

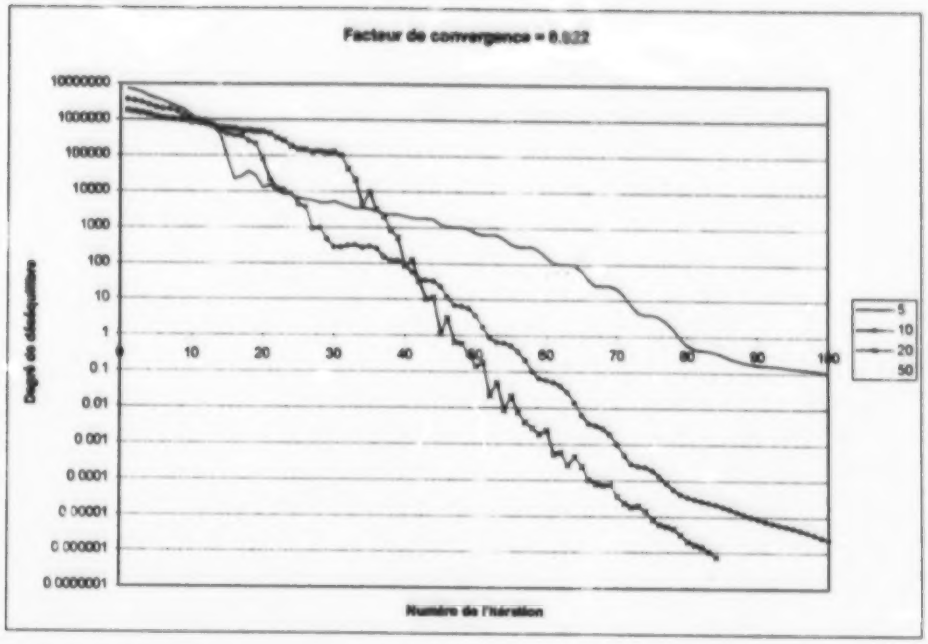


Figure 33 : Convergence avec η=0.022 et différentes valeurs de *delta*

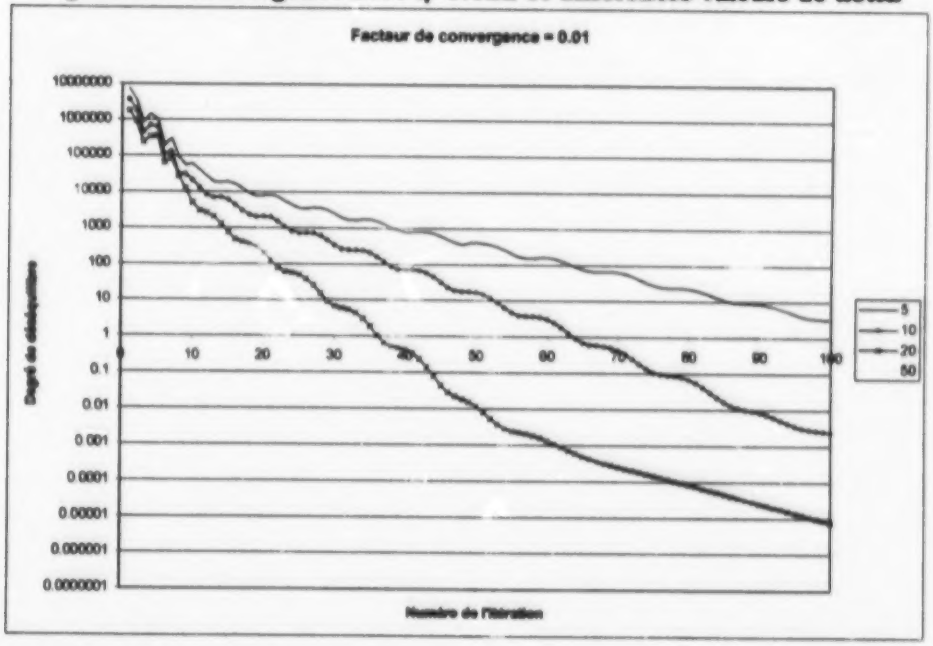


Figure 34 : Convergence avec η=0.01 et différentes valeurs de *delta*

Il nous était donc impossible d'évaluer la dépendance de l'algorithme par rapport à *delta* en effectuant des tests avec plusieurs valeurs de *delta* et ce, tout en gardant la valeur du facteur de convergence fixe. Cependant, nous avons remarqué les phénomènes suivants :

- Plus la valeur de *delta* est petite, plus le temps d'exécution est grand puisque, si la valeur de *delta* augmente, le nombre d'intervalles pour lesquelles les proportions de répartition du flot doivent être calculées augmente aussi. Rappellons que le nombre d'intervalles est calculé en divisant la longueur total de la simulation (T = 1000sec) par la valeur de *delta* (voir Tableau IX).

delta (sec)	50	30	20	10	5	1
Nombre d'intervalles	20	34	50	100	200	1000
Temps d'exécution	29sec	50sec	1min21sec	3min16sec	7min42sec	25min26sec

Tableau IX : Temps d'exécution de l'algorithme D en fonction de *delta*

- Si la valeur de *delta* est trop grande, l'algorithme peut avoir beaucoup de difficulté à converger, ce qui donne, la plupart du temps, des solutions de médiocre qualité. Dans ces cas-ci, l'algorithme s'arrête en atteignant le nombre maximal d'itérations et non parce qu'il est à une « distance » d'au plus *epsilon* de la solution optimale. Wisten et Smith [35] n'ont pas précisé ce qu'est une longueur d'intervalle *delta* assez petite. Cette dernière peut dépendre des caractéristiques des réseaux testés (taille du réseau, longueur des liens...), elle peut aussi dépendre de la forme de la demande entre les origines et les destinations. Pour ce qui est des différents réseaux testés lors de cette étude, des valeurs de *delta* entre 10 et 20 secondes ont donné de bons résultats.

- Si la valeur de *delta* est trop petite (par exemple 1sec) , en plus du grand temps de calcul que prend l'algorithme, les ressources informatiques requises (temps CPU et mémoire) peuvent être trop importantes, surtout pour des réseaux de taille moyenne ou grande. Le nombre d'itérations que prend l'algorithme pour atteindre l'équilibre peut

être très grand puisqu'il faut équilibrer les proportions de répartitions du flot pour chaque intervalle de temps. Les solutions obtenues peuvent quant à elles être non réalistes. En effet, si les valeurs des proportions de répartition du flot changent chaque seconde par exemple, il serait difficile d'appliquer cela à un vrai réseau avec de vrais usagers.

6.5.1.4 Dépendance du facteur de convergence

Pour voir l'effet du facteur de convergence sur les résultats obtenus, nous avons décidé d'effectuer différents tests sur le réseau de la Figure 28 avec une valeur fixe de *delta* égale à 10 sec et ce, en faisant varier le facteur de convergence. Les résultats obtenus sont illustrés à la Figure 35. Ces derniers ont été mis sur échelle logarithmique étant donné la grandeur du degré de déséquilibre à la première itération (utilisation d'un chemin unique entre chaque paire O-D, donc solution médiocre), comparée à sa grandeur lorsqu'on s'approche de la solution optimale.

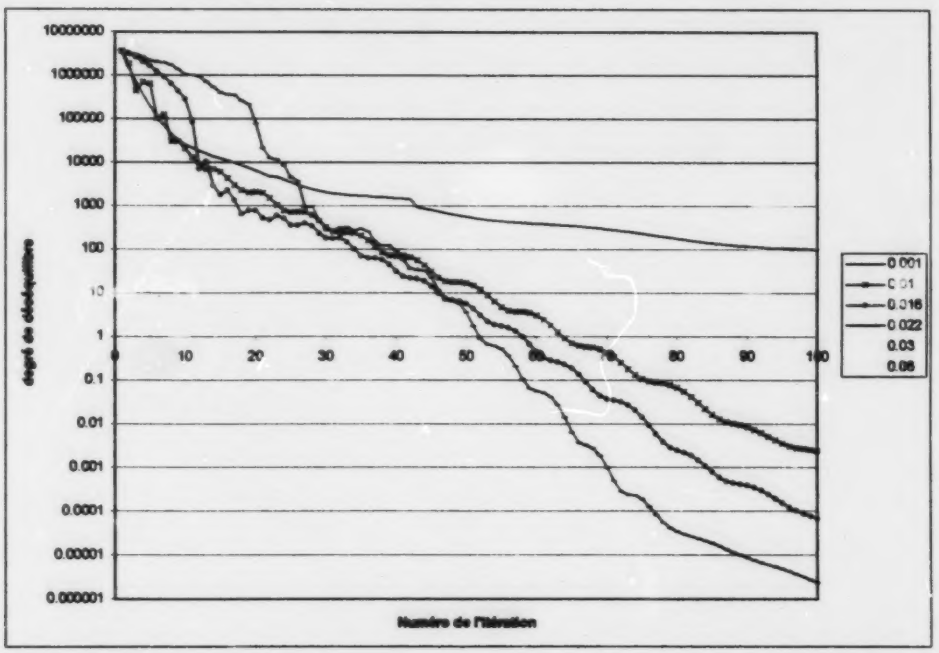


Figure 35 : Degré de déséquilibre pour différents facteurs de convergence

Notons les points suivants:

- Si la valeur du facteur de convergence est trop petite, le nombre d'itérations nécessaires pour arriver à de bonnes solutions peut être très grand. Ceci est le cas lorsque nous utilisons un facteur de convergence de η = 0.001. En effet, dans la figure 35, nous remarquons qu'après 100 itération, nous avons un facteur de déséquilibre d'environ 100, alors qu'avec des facteurs de convergence de 0.01, 0.016 ou 0.022, nous obtenons des degrés de déséquilibre entre 0.01 et 0.000001.
- Si la valeur du facteur de convergence est trop grande, l'algorithme ne converge pas et oscille beaucoup ou bien converge vers une très mauvaise solution comme c'est le cas avec un facteur de convergence égal à 0.06.
- Des valeurs du facteur de convergence peuvent être meilleures que d'autres pendant un certain nombre d'itérations et moins bonnes pour le reste des itérations, et ce, au fur et à mesure que l'algorithme s'approche de l'optimum (voir la Figure 35).
- Après cette dernière constatation, nous avons décidé d'effectuer quelques tests où le facteur de convergence est changé dès qu'on se retrouve à une certaine distance de l'optimum. Cependant, nous avons jugé ces tests non-concluants vu qu'aucun gain significatif n'a été constaté. Il ne faut pas toutefois écarter cette technique étant donné le nombre faible des tests effectués. Une étude plus approfondie pourrait éventuellement trouver cette technique intéressante à utiliser.

6.5.2 Test2

Le réseau du test 1, utilise lors de la section précédente ne comportait que deux chemins possibles entre la paire *OD* (1,2). Il était donc impossible de comparer les deux algorithmes à l'aide de ce réseau-là puisqu'ils donneraient exactement les mêmes résultats. Nous avons donc modifié le réseau du test 1 en ajoutant un chemin supplémentaire entre la paire *OD* (1,2). Ceci nous a permis de comparer les deux algorithmes implantés en terme de solutions optimales, convergence ainsi qu'en terme

de temps d'exécution.

6.5.2.1 Comparaison entre l'algorithme D et celui de type Frank-Wolfe

L'algorithme D considère chaque paire de liens sortants, augmente la proportion de répartition du flot associée à la route partielle la moins chère et diminue celle associée à la route partielle la plus chère. Pour sa part, l'algorithme de type Frank-Wolfe ne considère pas chaque paire de liens sortants, il identifie le lien i^* associé à la route partielle la moins chère, diminue les proportions de répartition du flot associées aux autres routes plus chères et augmente celle associée à i^* de façon appropriée. Ceci étant dit, il est clair que, pour un nœud donné, si le nombre de liens sortant est de 2, les deux algorithmes effectueront les mêmes ajustements. De part sa nature, l'algorithme de type Frank-Wolfe est beaucoup plus simple que l'algorithme D. Il requiert moins de ressources informatiques puisqu'il n'y a pas d'éléments δ, ψ et Δ à garder en mémoire, et prend moins de temps de calcul puisqu'il n'y a nul besoin d'évaluer les valeurs de ces dernières à chaque itération. Le même réseau que celui du test 1 (Figure 28) a été utilisé pour comparer les performances des deux algorithmes excepté que nous avons ajouté un troisième chemin entre notre paire O-D.

6.5.2.2 Résultats expérimentaux obtenus à l'aide des deux algorithmes

Comme pour le test1, nous avons effectué plusieurs tests et ce, en donnant différentes valeurs au paramètre *delta* et au facteur de convergence. Les critères d'arrêt utilisés sont 10^{-5} comme borne inférieure du degré de déséquilibre et 100 comme nombre maximal d'itérations. Aussi, plusieurs combinaisons (*delta*, facteur de convergence) ont permis d'obtenir la solution optimale. Les résultats des solutions obtenues avec les paramètres ($delta = 30\,\text{sec}$, $facteur_convergence = 0.01$) sont présentés aux figures 36 et 37 pour l'algorithme D et aux figures 38 et 39 pour celui de type Frank-Wolfe. Aussi, la

convergence des deux algorithmes est présentée à la figure 40. Finalement, au tableau 10, nous donnons le temps pris par les deux algorithmes pour effectuer 100 itérations et ce, pour différentes valeurs de *delta*.

Résultats de l'algorithme D :

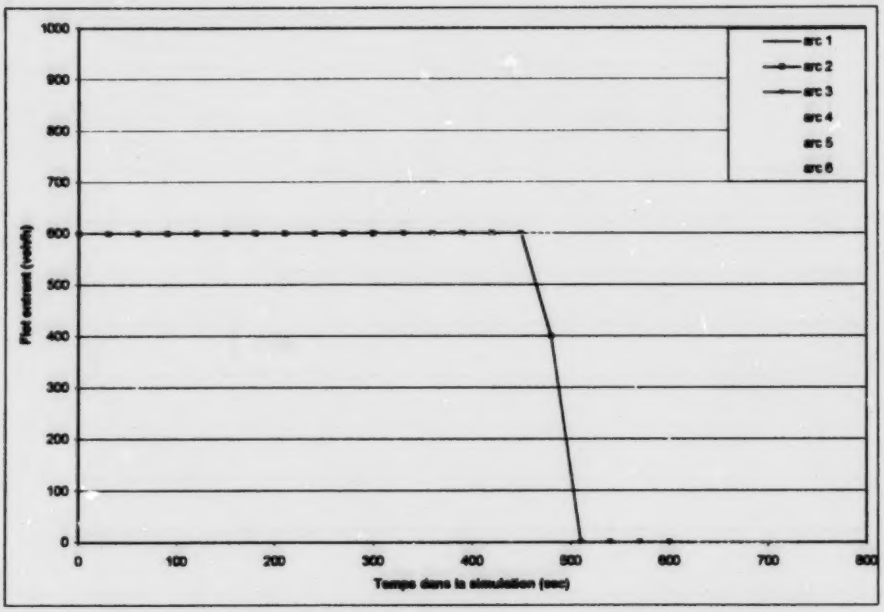


Figure 36 : Le flot entrant des arcs (Algorithme D)

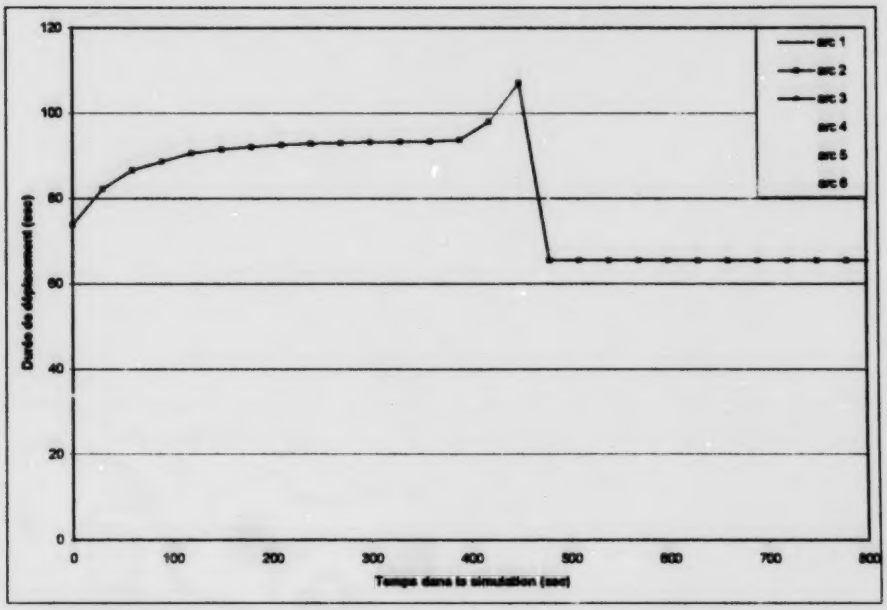


Figure 37 : La durée de déplacement sur les arcs (Algorithme D)

Résultats de l'algorithme de type Frank-Wolfe :

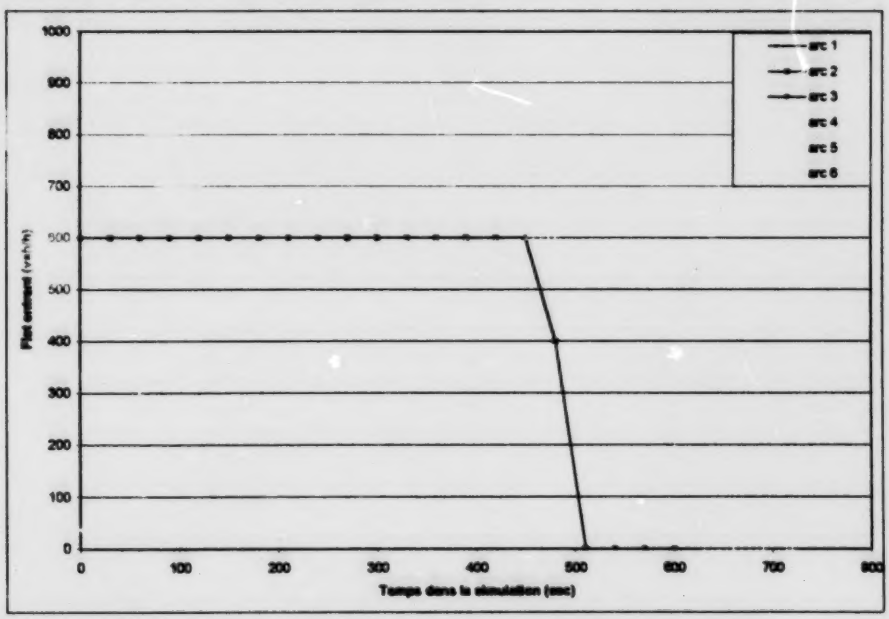


Figure 38 : Le flot entrant des arcs (Algorithme F-W)

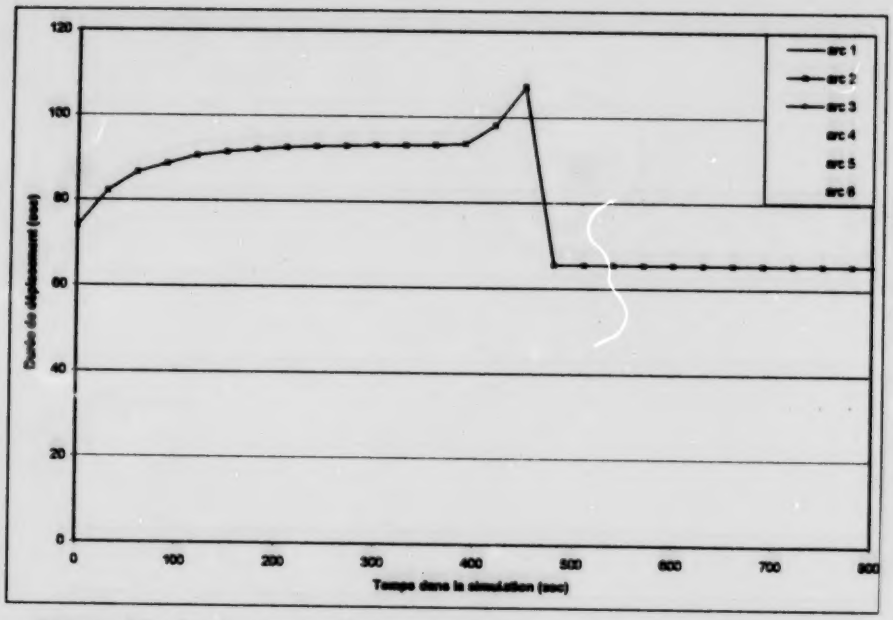


Figure 39 : La durée de déplacement sur les arcs (Algorithme F-W)

Comparaison de la convergence des deux algorithmes :

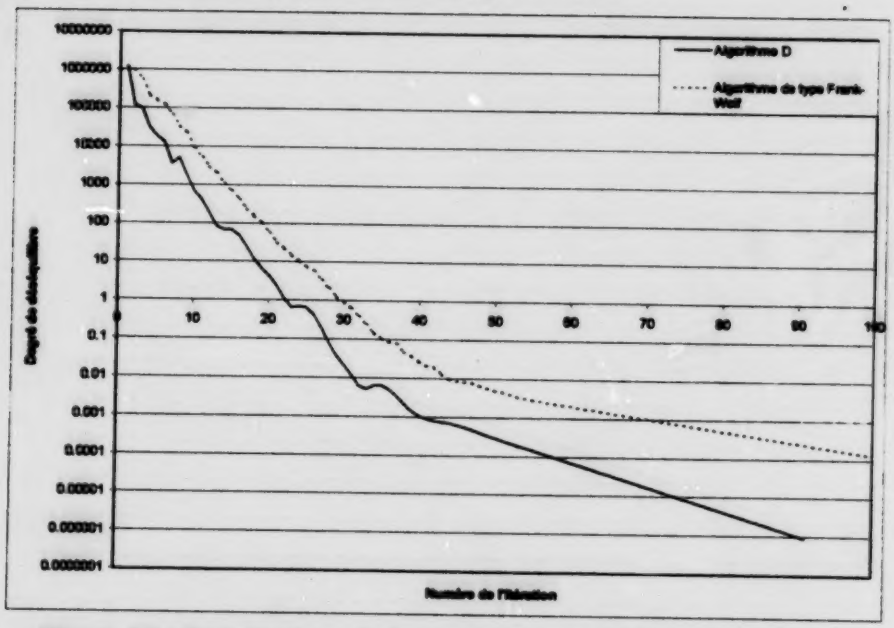


Figure 40 : Comparaison de la convergence des deux algorithmes

Comparaison du temps d'exécution en fonction de *delta* :

delta (sec)	50	20	10	5	1
Frank-Wolfe	45sec	1min09sec	2min09sec	4min33sec	40min15sec
D	47sec	1min16sec	2min31sec	5min32sec	45min43sec

Tableau X : Temps d'exécution des deux algorithmes en fonction de *delta*

6.5.3 Test 3

Les deux premiers réseaux testés étaient de taille petite. Ils ne contenaient qu'une seule paire O-D et n'avaient pas d'intersections où des flots provenant de divers liens en amont luttent pour passer aux liens en aval (modèle de nœud). Le réseau du test 3 (Figure 41) est différent puisqu'il se compose de 23 nœuds et de 30 liens unidirectionnels. Il y a trois origines et trois destinations, ce qui donne au total 9 paires O-D. Une demande de 1000 véh/h est envoyée entre chaque paire O-D pendant l'intervalle $[0, 720\,\text{sec}]$ et ce, pour un total de 1800 véhicules.

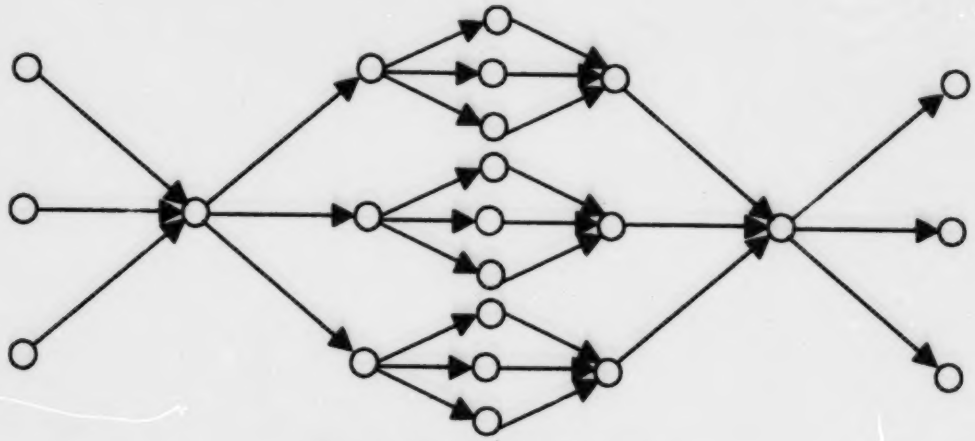


Figure 41 : Réseau du test 3

6.5.3.1 Résultats expérimentaux obtenus à l'aide des deux algorithmes

Nous avons effectué plusieurs tests et ce, en donnant différentes valeurs au paramètre *delta* et au facteur de convergence. Les critères d'arrêt utilisés sont 10^{-5} comme borne inférieure du degré de déséquilibre et 250 comme nombre maximal d'itérations (puisque nous avons remarqué que pour un réseau plus grand, davantage d'itérations sont nécessaires pour arriver à l'équilibre). Dans ce qui suit, nous présentons les résultats obtenus par les deux algorithmes avec les paramètres suivants ($delta = 120\,\text{sec}$, $facteur_convergence = 0.0007$). Ces résultats présentés à la figure 42, sont sous forme de convergence des deux algorithmes puisqu'il est impossible de présenter les flots entrants des arcs ou les durées de déplacement, étant donné le grand nombre d'arcs dans le réseau.

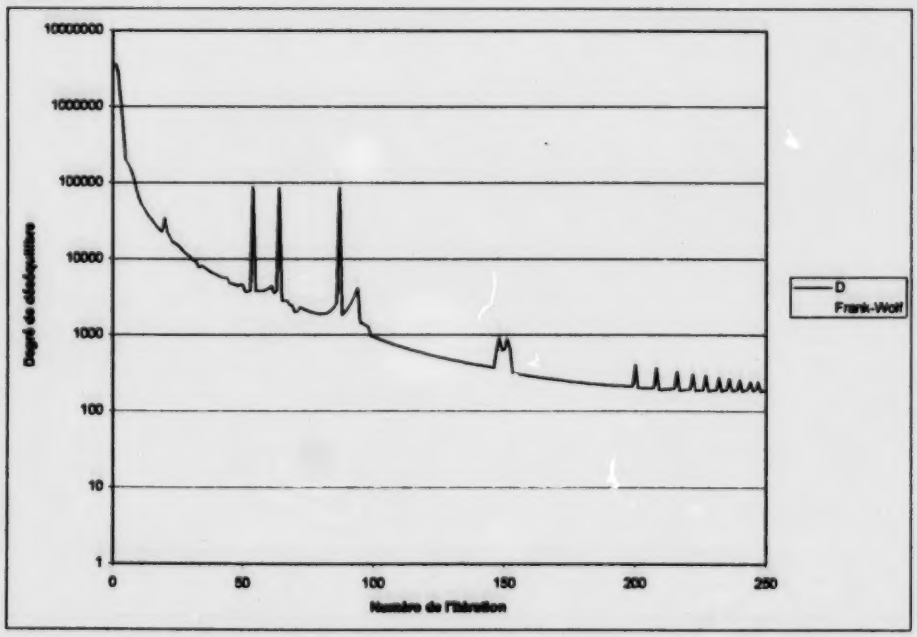


Figure 42 : Comparaison de la convergence des deux algorithmes

6.5.3.2 Commentaires sur les résultats obtenus

Les temps d'exécution des deux algorithmes sont de 857 secondes pour l'algorithme D et 825 secondes pour l'algorithme de type Frank-Wolfe. Le fait d'utiliser un *delta* de 120 secondes diminue le nombre d'intervalles considérés, ce qui a pour effet de diminuer la différence entre les temps d'exécution des deux algorithmes.

Rappelons que la mesure de déséquilibre utilisée est la suivante :

$$V(\Phi) = \sum_{n,d,j,s} \phi^d_{n,j}(t) v^d_n(t) \left[C^d_{n,j}(t) - Cm^d_n(t) \right]^2$$

Si nous définissons la fonction de coût total suivante :

$$CT(\Phi) = \sum_{n,d,j,s} \phi^d_{n,j}(t) v^d_n(t) C^d_{n,j}(t)$$

Nous avons ce qui suit : lors de la meilleure solution obtenue par l'algorithme D et ce, à l'itération 248, le degré de déséquilibre est de 182.40, ce qui ne représente que 0.79% du coût total qui est de 22971,24. Ceci démontre que la solution obtenue par l'algorithme D est une très bonne solution. Pour sa part, l'algorithme de type Frank-Wolfe obtient sa meilleure solution à l'itération 249. Lors de cette solution, il y a un degré de déséquilibre égal à 664.95, ce qui représente 2.85% du coût total qui est de 23268.85. Il est clair que la solution obtenue à l'aide de l'algorithme de type Frank-Wolfe est de moins bonne qualite que celle obtenue par l'algorithme D.

Lors de différents essais effectués avec plusieurs combinaisons de paramètres, nous avons remarqué plus d'oscillations que lors des tests 1 et 2. Une des raisons qui pourraient expliquer ce phénomène est la nature du modèle de nœud utilisé. En effet, le modèle de nœud G4 utilise des proportions d'offre β variables selon la demande des liens en amont. En modifiant les proportions de répartition du flot d'une itération à l'autre, la demande des liens est modifiée aussi, ce qui veut dire que les proportions β ne sont pas les mêmes d'une itération à l'autre. Nous pouvons donc soupçonner que ce changement de la courbe de l'offre des différents liens d'une itération à l'autre est une

des raisons des oscillations observées lors des essais effectués. Signalons que le problème ne se pose pas pour les réseaux des tests 1 et 2 puisque les seuls nœuds où il y a plus d'un lien entrant sont les nœuds destinations et nous supposons que ces derniers disposent d'une offre infinie.

6.5.4 Remarques et suggestions

Dans cette section et grâce aux différents tests effectués, nous notons les points forts et les points faibles des deux algorithmes implantés. En plus, nous comparons nos résultats avec les observations faites par Wisten et Smith [35]. Enfin, nous suggérons quelques solutions pour améliorer la performance des algorithmes ainsi que la qualité des solutions qu'ils produisent.

6.5.4.1 Forces et faiblesses des algorithmes implantés

De façon générale, nous avons pu remarquer que les solutions trouvées par l'algorithme D étaient meilleures que celles trouvées par l'algorithme de type Frank-Wolfe et ce en terme de distance par rapport aux solutions optimales connues. Cependant, l'algorithme D nécessite nettement plus de ressources informatiques et de temps d'exécution. Cette différence s'accentue si la taille des réseaux et/ou le nombre de nœuds destinations et/ou le nombre d'intervalles considérés augmentent. L'utilisation de l'algorithme D peut s'avérer difficile sinon impossible dans le cas de réseaux de très grandes tailles, compte tenu des ressources requises et du temps nécessaire pour trouver une bonne solution. Nous verrons plus tard comment remédier à cette situation.

Un point commun entre les deux algorithmes est la difficulté de trouver une bonne combinaison de valeur *delta* et facteur de convergence. Pour ce qui est du paramètre *delta*, il faut trouver une valeur pas trop grande pour que l'algorithme converge et pas trop petite pour ne pas exiger trop de ressources informatiques (nombre de variables à stocker) et ne pas trop ralentir exécution du programme (nombre d'intervalles considérés). Pour ce qui est du facteur de convergence, une trop grande

valeur pousse les algorithmes à ne pas converger ou bien à converger vers une solution de qualité médiocre. Par contre, une trop petite valeur du facteur de convergence fait augmenter de beaucoup le nombre d'itérations nécessaires pour avoir une solution de bonne qualité. Aussi est-il difficile d'évaluer les bons paramètres à cause des oscillations, il faut donc permettre l'exécution du programme pendant un certain nombre d'itérations (entre 20 et 40) avant de juger si c'est une bonne combinaison ou non.

6.5.4.2 Observations faites par Wisten et Smith

Lors de leur tests, Wisten et Smith [35] n'ont remarqué d'oscillations que lorsque la valeur du facteur de convergence est trop grande. ce qui n'est pas notre cas puisque, lors du test 3, nous avons des oscillations avec un facteur de convergence égal à 0,0007. Ceci peut être expliqué par la simplicité du modèle de chargement utilisé par Wisten et Smith. En effet, ces derniers utilisent des files d'attente verticales sans toutefois avoir de limite sur le flot entrant dans les liens. Il n'y a donc aucune limite sur le nombre de véhicules pouvant être présents en même temps sur un lien donné. Le modèle est donc incapable de reproduire le débordement des files d'attente. Les conditions de congestion sur les liens en aval n'affectent donc en rien les véhicules voyageant sur les liens en amont. Ce manque de réalisme explique entre autre l'absence d'oscillations dans les résultats présentés par Wisten et Smith [35]. Nous pensons que, plus le modèle de chargement utilisé est réaliste, plus l'algorithme risque d'effectuer des oscillations. La raison est que l'ajustement des proportions de répartition du flot à une itération donnée pour un nœud donné, peut être très néfaste pour d'autres nœuds sur le réseau où il peut y avoir des problèmes d'offre, augmentant ainsi la congestion dans le réseau. Ceci ne peut être prédit d'avance par l'algorithme et peut même résulter au bout du compte en une augmentation du degré de déséquilibre à l'itération suivante. Cependant, ce fait ne semble pas empêcher les deux algorithmes de trouver de bonnes solutions. Aussi, Wisten et Smith n'ont pu prouver la convergence de leur algorithme D. Ils ont, cependant, souligné que tous les tests effectués avec leur implémentation de cet

algorithme ont montré la convergence de ce dernier.

6.5.4.3 Améliorations suggérées

Dans cette section, nous proposons quelques solutions susceptibles d'améliorer la performance des algorithmes et la qualité des solutions qu'ils produisent.

- **Implantation parallèle :** Nous avons déjà mentionné que nous avions implanté la version séquentielle de l'algorithme distribué proposé par Wisten et Smith [35]. Il est clair qu'une version parallèle de l'algorithme permettrait de diminuer significativement le temps d'exécution, surtout pour les réseaux de tailles moyenne et grande.

- **Combinaison des facteurs de convergence :** Comme il est mentionné dans la section (6.5.1.4), des valeurs du facteur de convergence peuvent être meilleures que d'autres pendant un certain nombre d'itérations et elles peuvent être aussi moins bonnes pour le reste des itérations. Il est donc possible d'envisager la modification de la valeur du facteur de convergence aux moments opportuns, et ce, en se basant sur un critère donné tel la valeur du degré de déséquilibre ou bien le fait que l'algorithme commence à osciller énormément…

- **Combinaison des *deltas* :** Puisqu'une longueur d'intervalle *delta* trop petite ralentit énormément l'exécution du programme, nous pouvons envisager la solution suivante; au début, un certain nombre d'itérations est effectué avec un *delta* plus grand. Après cela, nous pouvons le changer pour une valeur plus petite et ce, en fixant les valeurs des proportions de répartition du flot des nouveaux intervalles intermédiaires à celles des anciens intervalles auxquels ils appartiennent. Si nous avions, par exemple, un *delta* égal à 100 et les intervalles $[0,100[$,$[100,200[$,… et si la valeur de *delta* passait de 100 à 10, les proportions de répartition du flot des

intervalles $[0,10[, [10,20[, [20,30[...$ recevraient les valeurs de l'ancien intervalle $[0,100[$ et ainsi de suite.

- **Combinaison des algorithmes :** Puisque l'algorithme D nécessite plus de temps d'exécution que celui de type Frank-Wolfe, il est possible d'effectuer, au début, un certain nombre d'itérations à l'aide de l'algorithme de type Frank-Wolfe et continuer ensuite avec l'algorithme D ou bien commencer avec l'algorithme D et continuer avec celui de type Frank-Wolfe. Cette approche permettra de sauver du temps soit au début ou à la fin de exécution selon l'ordre d'utilisation des deux algorithmes.

- **Combinaison des algorithmes et de *delta* :** Il est possible d'effectuer un certain nombre d'itérations avec l'algorithme D en utilisant un *delta* plus grand, ce qui nécessitera moins de ressources informatiques et moins de temps d'exécution. Ensuite, l'algorithme de type Frank-Wolfe prend la relève avec une valeur de *delta* plus petite comme expliqué auparavant. L'augmentation du nombre d'intervalles considérés sera compensée puisque, lorsque l'algorithme de type Frank-Wolfe sera utilisé, il n'y aura plus d'éléments δ, ψ et Δ à évaluer pour chaque nœud et pour chaque intervalle.

- **Diminution de l'horizon de la simulation :** Lors de l'itération initiale, le chargement du réseau se fait en utilisant l'affectation « tout ou rien » résultant de l'application de l'algorithme Dijkstra. Étant donné le haut niveau de congestion pouvant résulter de ce type d'affectation et, puisque le modèle de chargement du réseau utilisé est en fait, une simulation basée sur des événement, alors un horizon de simulation assez grand est nécessaire pour permettre l'arrivée de tous les véhicules à leur destination respective. Cependant, au fur et à mesure que l'algorithme avance, le temps de simulation nécessaire pour vider tout le réseau diminue et le nombre d'intervalles considérés devrait diminuer aussi. Il est possible de diminuer l'horizon

de la simulation d'une itération à l'autre ce qui aura pour effet de diminuer le nombre d'intervalles considérés. Ceci permettra de diminuer la quantité de memoire vive nécessaire puisqu'il y a moins de variables à considérer. Ceci permettra aussi de diminuer le temps d'exécution vu qu'il y a moins d'intervalles pour lesquels il faut ajuster les variables correspondantes. Toutefois, le fait qu'il y ait des oscillations montre bien que le temps nécessaire pour vider le réseau peut augmenter d'une itération à l'autre, il faut donc faire attention pour ne pas trop couper l'horizon de la simulation.

CONCLUSION

Dans ce mémoire, nous nous sommes intéressés au problème du chargement dynamique des réseaux ainsi qu'à celui de l'affectation dynamique du trafic à l'équilibre. Le but de cette étude était d'évaluer le modèle mésoscopique de chargement dynamique des réseaux implanté et de l'incorporer dans un modèle d'affectation dynamique du trafic à l'équilibre.

Les trois principales classes de modèles de chargement ont été présentées par le biais d'une revue de littérature et les différences fondamentales entre elles ont été soulignées. Nous avons choisi un modèle mésoscopique de chargement que nous avons énoncé et dont les composantes ont été étudiées, à savoir le modèle de lien et le modèle de nœud. Ensuite, nous avons présenté trois méthodes de solution de ce modèle proposées dans la littérature et nous en avons implanté une parmi elles. La méthode implantée est de nature approximative, Elle est sous forme d'une simulation basée sur les évènements. Le pseudo-code des procédures associées aux principaux évènements a été donné et expliqué.

Lors d'un test soigneusement choisi, nous avons pu analyser et comparer les résultats du modèle implanté avec ceux produits par le modèle microscopique *Integration*. Nous avons pu noter, entre autres, des points positifs tels le respect de la conservation du flot et de la règle FIFO ainsi que la rapidité de l'algorithme comparée au modèle *Integration*. Nous avons aussi souligné des points négatifs tels la diffusion instantanée des ondes de choc, la non-reproduction de la congestion créée par les

changements de voie effectués par les véhicules ainsi que la propagation insuffisante de la congestion aux liens en amont résultant de la définition de l'offre d'un lien dans le modèle.

Finalement, nous avons suggéré quelques améliorations aux modèles susceptibles d'améliorer sa capacité à reproduire quelques phénomènes et d'améliorer son réalisme. Cependant, nous confirmons les observations faites dans la littérature quant au genre d'application pour lesquelles se prête bien ce modèle. En effet, de part sa nature approximative, ce modèle est moins recommandable pour des micro-applications telles les contrôles adaptatifs de signaux (*Adaptive Signal Control*). En revanche, il peut être très utile pour des applications générales de planification étant donné le rapport qualité des solutions-temps d'exécution qu'il présente et les résultats produits lors de la deuxième partie de cette étude le confirment.

Effectivement, le modèle mésoscopique a été incorporé dans un modèle d'affectation dynamique du trafic à l'équilibre. Étant donné la rapidité de l'algorithme de chargement des réseaux, il est possible de faire un nombre considérable d'itérations.

Le problème d'affectation dynamique du trafic à l'équilibre a été énoncé et deux algorithmes de solution ont été implantés. Le premier est l'algorithme D proposé par Wisten et Smith [35] et le second, plus traditionnel, est de type Frank-Wolfe [17]. Les résultats des tests ont montré que, avec une bonne combinaison de paramètres d'entrée, les deux algorithmes trouvent de bonnes solutions, avec un net avantage pour l'algorithme D qui converge mieux et trouve de meilleures solutions. Le problème est que l'algorithme D nécessite plus de ressources informatiques (mémoire vive...) et de temps d'exécution. En plus, une analyse de sensibilité par rapport à deux paramètres d'entrée a révélé l'importance de trouver une bonne combinaison de ces deux paramètres à défaut de quoi l'algorithme risquait de ne pas converger ou bien de converger vers des solutions de qualité médiocre.

Nous avons noté que les observations faites par Wisten et Smith [35] à propos du comportement de l'algorithme ne concordaient par avec les nôtres. En effet, nos résultats

présentaient plus d'oscillations et nous attribuons ceci à la nature du modèle de nœud utilisé lors du chargement ainsi qu'à la simplicité du modèle de chargement des réseaux utilisé par Wisten et Smith et qui ne peut même pas reproduire les débordements des files d'attente. Ainsi les modèles de chargement dynamique utilisés ont un impact direct sur le comportement de l'algorithme d'affectation dynamique ainsi que sur les solutions trouvées.

Notons que plusieurs modifications possibles aux algorithmes ont été suggérées, celles-ci pourraient améliorer les performances des algorithmes et la qualité des solutions qu'ils produisent.

Finalement, soulignons que, jour après jour, les ordinateurs sont de plus en plus puissants avec des processeurs de plus en plus rapides. Aussi, nous pouvons nous attendre à des améliorations significatives du langage Java et ce, tant au niveau de la gestion de mémoire (*Garbage Collection*,...) qu'au niveau de la vitesse des applications développé en ce langage. Tous ces facteurs, jumelés aux modifications suggérées et à une implantation parallèle de l'algorithme D, nous permettront de considérer des réseaux de plus en plus grands et de plus en plus complexes. Ils permettront aussi de trouver, en des temps plus courts, des solutions de meilleure qualité pour ce type de réseaux.

Une fois que nous atteignons un niveau de performance élevé pour le traitement des grands réseaux, plusieurs applications pourront voir le jour. Parmi celles-ci, nous pouvons penser, par exemple, à des systèmes servant à prédire les effets des changements dans la configuration des réseaux de grande taille ou bien à ceux permettant de faire du guidage en temps réel. Ce type de guidage pourrait être fait à l'aide de mini-ordinateurs installés à l'intérieur des véhicules et reliés à un ordinateur central. Les usagers, désirant aller à une destination donnée à partir d'une origine donnée, pourront envoyer une requête à l'ordinateur central qui se chargera de la traiter et de proposer une solution. Cette solution pourrait aussi être modifiée dans le cas de changements majeurs dans les données du réseau tels des incidents bloquant des sections de route. Il y a quelques années ce type de projet paraissait un peu trop futuriste, mais

avec le progrès de la science, nous ne pouvons qu'être optimiste quant aux énormes défis que nous réserve le 21ème siècle.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Adamo, V., Astarita, V. and Di Gangi, M., « A dynamic network loading model for simulations of queue effects and while-trip re-routing », pp. 24, 24th European Transport Forum PTRC. Brunel University, Uxbridge, Septembre 2-6, 1996.

[2] Adamo, V., Astarita, V., Florian, M., Mahut, M. et Wu, J.H., « A Framework for introducing spillback in link based dynamic network loading models », pp.15, Tristan III (1998).

[3] Adamo, V., Astarita, V., Florian, M., Mahut, M. et Wu, J.H., « Link based dynamic network loading models with spill-back: solution by simulation », Manuscript unpublished, 1998.

[4] Adamo, V., Astarita, V., Florian, M., Mahut, M. et Wu, J.H., « Analytical modelling of intersections in traffic flow models with queue spill-back », Rapport technique 52, CRT, 1999.

[5] Astarita, V., « A continuous time link model for dynamic network loading based on travel time function », pp. 79-102, *Proceedings of the 13th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, edited by Jean-Baptiste Lesort, Elsevier, 1996.

[6] Barceló, J., Ferrer, J.L. et Grau, R., « AIMSUN2 and the GETRAM Simulation Environment », Internal Report. Departamento de Estadistica e Inverstigación Operativa, Facultad de Informática, Universitat Politècnica de Catalunya, 1994. pp. 54.

[7] Boyce, D.E., Ran, B. et LeBlanc, L.J., « Dynamic User-Optimal trafic Assignment model: A new Model and Solution Technique », pp. 24, First TRIennal Symposium on Transportation ANalysis, Montréal, Canada, Juin 6-11, 1991.

[8] Cascetta, E. et G.E. Cantarella, « A Day-to-day and Within-day Dynamic Stochastic Assignment Model », *Transportation Research* 25A ,pp. 277-291,1991.

[9] Carey, M., « Optimal time-varying flows on congested networks », *Operations Research*, 35 No.1, pp. 58-69, 1987.

[10] Carey, M., « Nonconvexity of the dynamic assignment problem », *Transportation Research* B26, pp. 127-133, 1991.

[11] Cohen, S. *Kinematic wave theory. Concise Encyclopedia of Traffic and Transportation Systems*. M. Papageorgiou, Ed. Pergamon Press, pp231-234, 1991.

[12] Cremer, M. et Ludwig, J., « A fast simulation model for traffic flow on the basis of Boolean operations », *Math. Comp. In Simulation* 28, pp. 297-303, 1986.

[13] Daganzo, C.F., « Properties of link travel time functions under dynamic loads », *Transportation Research* 29B, pp. 95-98,1995.

[14] Daganzo, C.F., « The cell transmission model, Part II », *Transportation Research* 29B No.2, pp. 79-93, 1995.

[15] Fernandez, J.E. et De Cea, J., « Flow propagation description in dynamic network assignment models », pp. 20, TRISTAN II, Capri, Juin, 1994.

[16] Florian, M,. et Hearn, D. *Network equilibrium models and algorithms. Handbooks in OR & MS Network Routing*. M.O.Ball et al., Ed. Elsevier, Vol. 8, pp. 485-550, 1995.

[17] Frank, M., Wolfe, P., « An algorithm for Quadratic Programming », Naval Research Logistics Quarterly 3 (1-2), pp 95-110, 1956.

[18] Friesz, T.L., Luque, J., Tobin, R.L. et Wie, B.W., « Dynamic network traffic assignment considered as continuous time optimal control problem », *Operations Research*, 37, pp. 893-901, 1989.

[19] Friesz, T.L., Bernstein, D., Smith, T.E., Tobin, R.L. et Wie, B.W., « A Variational Inequality Formulation of the Dynamic Network User Equilibrium Problem », *Operations Research*, 41, pp. 179-191,1993.

[20] Hammerslag, R., « A three-dimensional assignment in the time-space », pp. 18, UTSG Annual Conference, London, 1988.

[21] Janson, B.N., « Dynamic traffic assignment for urban road networks », *Transportation Research*, 25B, pp. 143-161, 1989.

[22] L'Ecuyer, P., « SIMOD: Définition formelle et guide d'utilisation », Rapport technique 221, DIRO, Université de Montréal, 1993.

[23] Lebacque, J.P., « The Godunov scheme and what it means for First Order Traffic Flow Models. », pp.645-677, *Proceedings of the 13th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, edited by Jean-Baptiste Lesort, Elsevier, 1996.

[24] Lighthill, M., Whitham, G., « On Kinematic waves I and II a theory of traffic flow on long crowded roads », *Proceedings of the Royal Society of London*, Series A. Royal Society, Vol. 229, pp. 317-345, 1955.

[25] May, A.D., *Traffic Flow Fundamentals*, Prentice Hall, 1990.

[26] Merchant, D.K., Nemhauser G.L., « A model and an algorithm for the dynamic traffic assignment problems », *Transportation Science*, 12, pp. 183-207, 1978.

[27] Nagel, K. et Schreckenberg, M., « A cellular automaton model for freeway traffic », J. de physique I, pp. 2221-2229, 1992.

[28] Nagel, K., Stretz, P., Pieck, M., Leckey, S., Donnelly, R., Barrett, C.L., « TRANSIMS traffic flow characteristics », *Transportation Research Board 77th Annual Meeting*. Preprint No. 981332. 1998.

[29] Richards, P.I., « Shockwaves on the highway », *Operations Research* 4, 42-51,1956.

[30] Van Aerde, M., « A Single Regime Speed-Flow Density relationship for Freeways and Arterials », présenté à la conférence annuelle du Transporation Research Board, Washington, D.C., 1995.

[31] Van Aerde, M., « INTEGRATION Release 2.20 for WINDOWS: User's Guide », pp. 210, May, 1999.

[32] Vythoulkas, P.K., « A Dynamic Stochastic Assignment Model for the Analysis of General Networks », *Transportation Research*, 24B , pp. 453-469, 1990.

[33] Wie, B.W., Friesz, T.L. et Tobin, R.L., « Dynamic user optimal traffic assignment on congested multidestination networks », *Transportation Research*, 24B, pp. 431-442, 1990.

[34] Wie, B.W., Tobin, R.L. et Friesz, T.L., « The augmented Lagrangien method for solving dynamic traffic assignment models in discret time », *Transportation Science*, 28, pp. 179-191, 1994.

[35] Wisten, M.B., Smith, M.J., « A distributed algorithm for the Dynamic Traffic Equilibrium Assignment Problem », pp. 385-408, *Proceedings of the 13th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, edited by Jean-Baptiste Lesort, Elsevier, 1996.

[36] Wu, J.H., Chen, Y., et Florian, M., « The continous dynamic network loading problem : a mathematical formulation and solution method », 3rd EURO WORKING meeting on urban traffic and transportation, Barcelone, Septembre, 1995.

[37] Xu, Y., Wu, J.H., Florian, M., Marcotte, P. et Zhu, D.L., « New advances in the continuous dynamic network loading problem », Publication CRT-96-26, 1996.